FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL

MCB4U

12e année

Écoles secondaires publiques et catholiques de langue française de l'Ontario

Direction du projet :	Claire Trépanier
Coordination :	Richard Emond
Recherche documentaire :	Céline Pilon
Équipe de rédaction :	Shannon Woytowicz, première rédactrice
	Marcel Pronovost
	Donald Rousson
Consultation :	Michel Goulet
	Robert Laliberté
	Rodrigue St-Jean
Première relecture :	Centre franco-ontarien de ressources pédagogiques

Le ministère de l'Éducation de l'Ontario a fourni une aide financière pour la réalisation de ce projet mené à terme par le CFORP au nom des douze conseils scolaires de langue française de l'Ontario. Cette publication n'engage que l'opinion de ses auteures et auteurs.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION

Le ministère de l'Éducation (MÉO) dévoilait au début de 1999 les nouveaux programmes-cadres de 9^{e} et de 10^{e} année et en juin 2000 ceux de 11^{e} et de 12^{e} année. En vue de faciliter la mise en oeuvre de ce tout nouveau curriculum du secondaire, des équipes d'enseignantes et d'enseignants, provenant de toutes les régions de l'Ontario, ont été chargées de rédiger, de valider et d'évaluer des esquisses directement liées aux programmes-cadres du secondaire pour chacun des cours qui serviraient de guide et d'outils de travail à leurs homologues. Les esquisses de cours, dont l'utilisation est facultative, sont avant tout des suggestions d'activités pédagogiques, et les enseignantes et enseignants sont fortement invités à les modifier, à les personnaliser ou à les adapter au gré de leurs propres besoins.

Les esquisses de cours répondent aux attentes des systèmes scolaires public et catholique. Certaines esquisses de cours se présentent en une seule version commune aux deux systèmes scolaires (p. ex., *Mathématiques* et *Affaires et commerce*), tandis que d'autres existent en version différenciée. Dans certains cas, on a ajouté un préambule à l'esquisse de cours explicitant la vision catholique de l'enseignement du cours en question (p. ex., *Éducation technologique*) alors que, dans d'autres cas, on a en plus élaboré des activités propres aux écoles catholiques (p. ex., *Éducation artistique*). L'Office provincial de l'éducation catholique de l'Ontario (OPÉCO)
a participé à l'élaboration des esquisses destinées aux écoles catholiques.

Chacune des esquisses de cours reprend en tableau les attentes et les contenus d'apprentissage du programme-cadre avec un système de codes qui lui est propre. Ce tableau est suivi d'un Cadre d'élaboration des esquisses de cours qui présente la structure des esquisses. Toutes les esquisses de cours ont un Aperçu global du cours qui présente les grandes lignes du cours et qui comprend, à plus ou moins cinq reprises, un Aperçu global de l'unité. Ces unités englobent diverses activités qui mettent l'accent sur des sujets variés et des tâches suggérées aux enseignantes ou enseignants ainsi qu'aux élèves dans le but de faciliter l'apprentissage et l'évaluation.

Toutes les esquisses de cours comprennent une liste partielle de ressources disponibles (p. ex., personnes-ressources, médias électroniques) qui a été incluse à titre de suggestion et que les enseignantes et enseignants sont invités à enrichir et à mettre à jour.

Étant donné l'évolution des projets du ministère de l'Éducation concernant l'évaluation du rendement des élèves et compte tenu que le dossier d'évaluation fait l'objet d'un processus continu de mise à jour, chaque esquisse de cours suggère quelques grilles d'évaluation du rendement ainsi qu'une tâche d'évaluation complexe et authentique à laquelle s'ajoute une grille de rendement.

CADRE D'ÉLABORATION DES ESQUISSES DE COURS

APERÇU GLOBAL DU COURS	APERÇU GLOBAL DE L'UNITÉ	ACTIVITÉ
Espace réservé à l'école *(à remplir)*	Description et durée	Description et durée
Description/fondement	Domaines, attentes et contenus d'apprentissage	Domaines, attentes et contenus d'apprentissage
Titres, descriptions et durée des unités	Titres et durée des activités	Notes de planification
Stratégies d'enseignement et d'apprentissage	Liens	Déroulement de l'activité
Évaluation du rendement de l'élève	Mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves	Annexes
Ressources	Évaluation du rendement de l'élève	
Application des politiques énoncées dans *ÉSO* - 1999	Sécurité	
Évaluation du cours	Ressources	
	Annexes	

APERÇU GLOBAL DU COURS (MCB4U)

Espace réservé à l'école *(à remplir)*

École :

Conseil scolaire de district :

Section :

Chef de section :

Personne(s) élaborant le cours :

Date :

Titre du cours : Fonctions avancées et introduction au calcul différentiel

Année d'études : 12e

Type de cours : Préuniversitaire

Code de cours de l'école :

Programme-cadre : Mathématiques

Date de publication : 2000

Code de cours du Ministère : MCB4U

Valeur en crédit : 1

Cours préalable : Fonctions et relations, 11e année, cours préuniversitaire, ou Fonctions, 11e année, cours préuniversitaire/précollégial

Description/fondement

Ce cours permet une étude détaillée de certains types de fonctions et présente les concepts de base du calcul différentiel. L'élève explore les propriétés et les applications des fonctions polynômes, exponentielles et logarithmiques. Elle ou il approfondit sa compréhension des mathématiques relativement aux taux de variation. L'élève s'initie au calcul différentiel en étudiant les fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles et logarithmiques. L'accent est mis sur la modélisation et les applications.

Titres, descriptions et durée des unités

Unité 1 : Fonctions polynômes **Durée : 22 heures**
Cette unité porte sur les fonctions polynômes. L'élève détermine, par exploration, les caractéristiques de la représentation graphique de fonctions polynômes de différents degrés et manipule algébriquement les polynômes dans le but de résoudre des équations et des inéquations de degrés supérieurs à deux.

Unité 2 : Fonctions diverses **Durée : 19 heures**
Cette unité porte sur la composition de fonctions ainsi que sur la croissance et la décroissance exponentielles. L'étude des fonctions logarithmiques et l'interprétation de situations de différents domaines permettent à l'élève d'utiliser ses connaissances dans la formulation et la résolution de problèmes d'application.

Unité 3 : Taux de variation, limites et concept de la dérivée **Durée : 22 heures**

Cette unité porte sur la définition de base d'une dérivée ainsi que sur son aspect graphique. L'élève étudie d'abord des taux de variation en s'inspirant de différentes représentations de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et des sciences sociales, puis établit un lien entre les taux de variation et les pentes des sécantes et des tangentes. De plus, elle ou il explore les limites de différentes fonctions.

Unité 4 : Techniques de dérivation et esquisses de courbes **Durée : 28 heures**
Dans cette unité, l'élève détermine la dérivée de fonctions en utilisant diverses techniques et esquisse la représentation graphique de fonctions polynôme, rationnelle et exponentielle. Elle ou il montre une compréhension de la relation entre la dérivée d'une fonction et les caractéristiques de sa courbe.

Unité 5 : Applications **Durée : 19 heures**
Dans cette unité, l'élève résout une variété de problèmes et analyse des fonctions en utilisant les techniques du calcul différentiel.

Stratégies d'enseignement et d'apprentissage

Dans ce cours, l'enseignant ou l'enseignante privilégie diverses stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Parmi les plus adaptées à ce cours, il convient de noter les suivantes :

- conférencier/conférencière
- discussion en équipe de deux
- exercice en petit groupe
- explication orale
- graphique
- journal des apprentissages
- modèle
- présentations des recherches en salle de classe
- recherche
- apprentissage coopératif
- discussion
- définition de problèmes
- utilisation de l'ordinateur
- remue-méninges
- devoirs
- objets à manipuler

Évaluation du rendement de l'élève

«Un système d'évaluation et de communication du rendement bien conçu s'appuie sur des attentes et des critères d'évaluation clairement définis.» (*Planification des programmes et évaluation - Le curriculum de l'Ontario de la 9e à la 12e année,* 2000, p. 16-19) L'évaluation sera basée sur les attentes du curriculum en se servant de la grille d'évaluation du programme-cadre.

Le personnel enseignant doit utiliser des stratégies d'évaluation qui :

- portent sur la matière enseignée et sur la qualité de l'apprentissage des élèves;
- tiennent compte de la grille d'évaluation du programme-cadre correspondant au cours, laquelle met en relation quatre grandes compétences et les descriptions des niveaux de rendement;

- sont diversifiées et échelonnées tout le long des étapes de l'évaluation pour donner aux élèves des possibilités suffisantes de montrer l'étendue de leur acquis;
- conviennent aux activités d'apprentissage, aux attentes et aux contenus d'apprentissage, de même qu'aux besoins et aux expériences des élèves;
- sont justes pour tous les élèves;
- tiennent compte des besoins des élèves en difficulté, conformément aux stratégies décrites dans leur plan d'enseignement individualisé;
- tiennent compte des besoins des élèves qui apprennent la langue d'enseignement;
- favorisent la capacité de l'élève à s'autoévaluer et à se fixer des objectifs précis;
- reposent sur des échantillons des travaux de l'élève qui illustrent bien son niveau de rendement;
- servent à communiquer à l'élève la direction à prendre pour améliorer son rendement;
- sont communiquées clairement aux élèves et aux parents au début du cours et à tout autre moment approprié pendant le cours.

La grille d'évaluation du rendement sert de point de départ et de cadre aux pratiques permettant d'évaluer le rendement des élèves. Cette grille porte sur quatre compétences, à savoir : connaissance et compréhension; réflexion et recherche; communication; et mise en application. Elle décrit les niveaux de rendement pour chacune des quatre compétences. La description des niveaux de rendement sert de guide pour recueillir des données et permet au personnel enseignant de juger de façon uniforme de la qualité du travail réalisé et de fournir aux élèves et
à leurs parents une rétroaction claire et précise.

Le niveau 3 (70 %-79 %) constitue la norme provinciale. Les élèves qui n'atteignent pas le niveau 1 (moins de 50 %) à la fin du cours n'obtiennent pas le crédit de ce cours. Une note finale est inscrite à la fin de chaque cours et le crédit correspondant est accordé si l'élève a obtenu une note de 50 % ou plus. Pour chaque cours de la 9^{e} à la 12^{e} année, la note finale sera déterminée comme suit :
- Soixante-dix pour cent de la note est le pourcentage venant des évaluations effectuées tout le long du cours. Cette proportion de la note devrait traduire le niveau de rendement le plus fréquent pendant la durée du cours, bien qu'il faille accorder une attention particulière aux plus récents résultats de rendement.
- Trente pour cent de la note est le pourcentage venant de l'évaluation finale qui prendra la forme d'un examen, d'une activité, d'une dissertation ou de tout autre mode d'évaluation approprié et administré à la fin du cours.

Dans tous leurs cours, les élèves doivent avoir des occasions multiples et diverses de montrer à quel point elles ou ils ont satisfait aux attentes du cours, et ce, pour les quatre compétences. Pour évaluer de façon appropriée le rendement de l'élève, l'enseignant ou l'enseignante utilise une variété de stratégies se rapportant aux types d'évaluation suivants :

évaluation diagnostique
- courtes activités au début de l'unité pour vérifier les acquis préalables (p. ex., questions de révision, discussions, présentations)

évaluation formative

- activités continues, individuelles ou de groupe (p. ex., commentaires, observations, autoévaluation, évaluations par les pairs, devoirs, exercices, vérification à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie)
- objectivation : processus d'autoévaluation permettant à l'élève de se situer par rapport à l'atteinte des attentes ciblées par les activités d'apprentissage (p. ex., questionnaire, liste de vérification); l'énoncé qui renvoie à l'objectivation est désigné par le code **(O)**

évaluation sommative
- activités de façon continue, mais particulièrement en fin d'activité ou en fin d'unité à l'aide de divers moyens (p. ex., test papier-crayon, projet de recherche)

Ressources

L'enseignant ou l'enseignante fait appel à plus ou moins quatre types de ressources à l'intérieur du cours. Ces ressources sont davantage détaillées dans chaque unité. Dans ce document, les ressources suivies d'un astérisque (*) sont en vente à la Librairie du Centre du CFORP. Celles suivies de trois astérisques (***) ne sont en vente dans aucune librairie. Allez voir dans votre bibliothèque scolaire.

Ouvrages généraux&de référence&de consultation

BENZANON, H., et J. HAYOUN, *Mathématique 536-531 Tome 1*, Montréal, LIDEC, 1993, 260 p. *

BRETON, G., *et al.*, *Réflexions mathématiques 536 Tome 1*, Anjou, Les Éditions CEC, 1998, 441 p. *

CANTIN, Jacques, Estelle FROMENT et Jean-Pierre NADON, *Mathématique de mise à niveau (536) et de renforcement (311) - Théorie et exercices 2*, Montréal, LIDEC, 1994, 276 p. *

CANTIN, Jacques, Estelle FROMENT et Jean-Pierre NADON, *Mathématique 003 et 004*, Montréal, LIDEC, 1999, 495 p. *

CHARRON, Gilles, et Pierre PARENT, *Mathématique 103 Calcul différentiel et intégral I, 4^{e} édition*, Laval, Éditions Études Vivantes, 1995, 450 p. *

DOTTORI, D., *et al., FM 12-Fondements mathématiques 12*, Montréal, McGraw-Hill Ryerson, 1989, 533 p.

EBOS, Frank, Bob TUCK et Walker SCHOFIELD, *Mathématiques 12*, Laval, Éditions Beauchemin, 1988, 544 p. ***

HUGHES-HALLETT, D., *et al., Calcul différentiel*, Montréal, Les Éditions de la Chenelière, 2000, 344 p. *

LALIBERTÉ, C., *Calcul différentiel et intégral*, Saint-Laurent, Éditions du Renouveau pédagogique, 1994, 565 p. *

LAPOINTE, Jacques, et Monique SAINTE-MARIE, *Mathématiques - Mise à niveau*, Saint-Laurent, Éditions du Renouveau pédagogique, 2000, 611 p. *

LEMAY, Bernadette, *La boîte à outils*, Esquisse de cours 9^{e}, Vanier, CFORP, 1999. *

REID, Neal, *et al.*, *Le calcul différentiel et intégral*, Montréal, LIDEC, 1992, 566 p. *

OUELLET, Gilles, *Calcul 1 Introduction au calcul différentiel, 4^{e} édition*, Sainte-Foy, les éditions Le Griffon d'argile, 1999, 470 p.

SWOKOWSKI, Earl, et Jeffery COLE, *Algèbre et trigonométrie avec géométrie analytique*, Lausanne, DeBoeck Université, 1998, 809 p. *

SWOKOWSKI, Earl, *Analyse, 5^{e} édition*, s.l., DeBoeck Université, 2000, 1053 p. *

Médias électroniques

Cybergéomètre : version 3 pour Windows, Les Éditions de la Chenelière, 1999.

Zap-a-graph, Nepean, 2000. (consulté le 20 août 2001)
http://www.nectar.on.ca

Application des politiques énoncées dans *ÉSO* - 1999

Cette esquisse de cours reflète les politiques énoncées dans *Les écoles secondaires de l'Ontario de la 9e à la 12e année - Préparation au diplôme d'études secondaires de l'Ontario*, 1999 au sujet des besoins des élèves en difficulté d'apprentissage, de l'intégration des technologies, de la formation au cheminement de carrière, de l'éducation coopérative et de diverses expériences de travail, ainsi que certains éléments de sécurité.

Évaluation du cours

L'évaluation du cours est un processus continu. Les enseignantes et les enseignants évaluent l'efficacité de leur cours de diverses façons, dont les suivantes :

- évaluation continue du cours par l'enseignant ou l'enseignante : ajouts, modifications, retraits tout le long de la mise en œuvre de l'esquisse de cours (sections Stratégies d'enseignement et d'apprentissage ainsi que Ressources, Activités, Applications à la région);
- évaluation du cours par les élèves : sondages au cours de l'année ou du semestre;
- rétroaction à la suite des tests provinciaux;
- examen de la pertinence des activités d'apprentissage et des stratégies d'enseignement et d'apprentissage (dans le processus des évaluations formative et sommative des élèves);
- échanges avec les autres écoles utilisant l'esquisse de cours;
- autoévaluation de l'enseignant et de l'enseignante;
- visites d'appui des collègues ou de la direction et visites aux fins d'évaluation de la direction;
- évaluation du degré de réussite des attentes et des contenus d'apprentissage des élèves (p. ex., après les tâches d'évaluation de fin d'unité et l'examen synthèse).

De plus, le personnel enseignant et la direction de l'école évaluent de façon systématique les méthodes pédagogiques et les stratégies d'évaluation du rendement de l'élève.

APERÇU GLOBAL DE L'UNITÉ 1 (MCB4U)

Fonctions polynômes

Description

Durée : 22 heures

Cette unité porte sur les fonctions polynômes. L'élève détermine, par exploration, les caractéristiques de la représentation graphique de fonctions polynômes de différents degrés et manipule algébriquement les polynômes dans le but de résoudre des équations et des inéquations de degrés supérieurs à deux.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attentes : MCB4U-E-A.1 - 2

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Lien.1 - 2 - 3 - 4 - 5
MCB4U-E-Asp.1 - 2 - 3 - 4 - 5 - 6 - 7 - 8 - 9

Titres des activités

Titres des activités	Durée
Activité 1.1 : Exploration des fonctions du troisième degré	360 minutes
Activité 1.2 : Théorème du facteur et théorème du reste	240 minutes
Activité 1.3 : Exploration des fonctions du quatrième degré	180 minutes
Activité 1.4 : Nature des racines	240 minutes
Activité 1.5 : Inéquations algébriques	300 minutes

Liens

L'enseignant ou l'enseignante prévoit l'établissement de liens entre le contenu du cours et l'animation culturelle (**AC**), la technologie (**T**), les perspectives d'emploi (**PE**) et les autres matières (**AM**) au moment de sa planification des stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Des suggestions pratiques sont intégrées dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves

L'enseignant ou l'enseignante doit planifier des mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves en difficulté et de celles et ceux qui suivent un cours d'ALF/PDF ainsi que des activités de renforcement et d'enrichissement pour tous les élèves. L'enseignant ou l'enseignante trouvera plusieurs suggestions pratiques dans *La boîte à outils*, p. 11-21.

Évaluation du rendement de l'élève

L'évaluation fait partie intégrante de la dynamique pédagogique. L'enseignant ou l'enseignante doit donc planifier et élaborer en même temps les activités d'apprentissage et les étapes de l'évaluation en fonction des quatre compétences de base. Des exemples des différents types d'évaluation tels que l'évaluation diagnostique (**ED**), l'évaluation formative (**EF**) et l'évaluation sommative (**ES**) sont suggérés dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Sécurité

L'enseignant ou l'enseignante veille au respect des règles de sécurité du Ministère et du conseil scolaire.

Ressources

Dans cette unité, l'enseignant ou l'enseignante utilise les ressources suivantes :

Ouvrages généraux/de référence/de consultation

ASSOULINE, J., C. BUZAGLO et G. BUZAGLO, *Mathématiques 2000, 536 Module A - exercices et résolution de problèmes*, Montréal, Guérin Éditeur, 1993, 246 p. *

ACTIVITÉ 1.1 (MCB4U)

Exploration des fonctions du troisième degré

Description

Durée : 360 minutes

Dans cette activité, l'élève explore les fonctions polynômes du troisième degré, étudie leur représentation graphique et compare les caractéristiques de ces fonctions. De plus, l'élève factorise les équations des fonctions du troisième degré, établit le lien entre les zéros de ces fonctions et leurs facteurs, et écrit l'équation sous forme développée.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attentes : MCB4U-E-A.1 - 2

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Lien.1 - 2 - 3 - 4 - 5
MCB4U-E-Asp.3 - 5

Notes de planification

- Préparer des équations définissant des fonctions du premier, du second et du troisième degré.
- Préparer les tableaux présentés dans la section **Expérimentation/Exploration/ Manipulation**.
- Préparer des exercices où l'élève doit déterminer l'équation d'une fonction selon sa représentation graphique ou ses zéros et quelques points.
- Préparer une série de graphiques qui permettent à l'élève de déterminer les extremums et les zéros de la fonction.
- Préparer une variété de tableaux de valeurs qui permettent à l'élève de déterminer, en partant des différences, les fonctions du troisième degré.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève quelques équations, rédigées sous diverses formes, qui définissent des fonctions du premier et du second degré, et lui demander d'en tracer la représentation graphique, avec et sans l'aide de la technologie, en utilisant différentes méthodes (p. ex., tableau de valeurs, pente et ordonnée à l'origine, coordonnées à l'origine, compléter le carré, transformations). **(T)**

- Corriger cet exercice, avec l'aide des pairs et par observations, en invitant l'élève à préciser, pour chaque graphique, la méthode qu'elle ou il a utilisée. **(ED)**
- Présenter à l'élève quelques équations qui définissent des fonctions du troisième degré (p. ex., $y = x^3$, $y = 2x^3 + 4$, $y = 2x^3 + 3x^2 + 4x - 1$) et lui demander de tracer la représentation graphique de ces fonctions sans l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie.
- Faire remarquer à l'élève qu'il est parfois difficile de tracer la représentation graphique des fonctions polynômes du troisième degré.
- Inviter, par la suite, l'élève à tracer la représentation graphique de ces fonctions à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie et à noter ses observations (p. ex., coordonnées des points où la courbe coupe les axes, coordonnées des extremums). **(T)**
- Vérifier les réponses de l'élève au moyen d'une mise en commun des réponses. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Comparaison entre les fonctions affines et les fonctions du second et du troisième degré
- Revoir les expressions ou les termes ci-dessous en interrogeant l'élève et écrire leur définition au tableau : *abscisse à l'origine*, *extremum*, *symétrie*, *allure générale d'une courbe*, *degré d'un polynôme*.
- Faire calculer à l'élève les différences de fonctions telles que $f(x) = x$, $f(x) = x^2$ et $f(x) = x^3$ en l'invitant à remplir un tableau comme celui ci-dessous.

x	$f(x)$	1re différence	2e différence	3e différence

- Inviter l'élève à tracer, en s'inspirant de ce tableau et à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique de ces fonctions. **(T)**
- À l'aide d'une discussion, amener l'élève à faire ressortir les différences et les ressemblances de chacun des graphiques. **(EF)**
- Faire établir un lien entre la valeur constante des différences et la valeur de *a* dans la fonction polynôme.
- Faire remplir à l'élève un tableau de synthèse tel que celui ci-dessous.

$f(x)$	valeur constante de la différence	1re, 2e ou 3e différence

- Animer un échange pour amener l'élève à établir le lien entre la valeur des constantes et le coefficient *a*.

- Assigner un exercice à l'élève, qui nécessite de déterminer la valeur constante d'une différence en utilisant diverses fonctions rédigées sous la forme

  $f(x) = ax + b$, $f(x) = ax^2 + bx + c$ et $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
- Corriger oralement l'exercice. **(EF)**
- Inviter l'élève à tracer, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique de fonctions de la forme $f(x) = kx$, $f(x) = kx^2$ et $f(x) = kx^3$. **(T)**
- Au moyen d'un échange, amener l'élève à faire ressortir les différences et les ressemblances de chacune des représentations.
- Inviter l'élève à tracer, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique de fonctions de la forme

  $f(x) = kx + b$, $f(x) = kx^2 + b$ et $f(x) = kx^3 + b$. **(T)**
- Animer un échange pour amener l'élève à faire ressortir les différences et les ressemblances de chacune des représentations.
- Inviter l'élève à tracer, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique des fonctions ci-dessous et lui demander de remplir le tableau d'observations ci-dessous. **(T)**

Observations	$f(x) = 3x + 2$	$f(x) = 2x^2 - 1$	$f(x) = x^3 - 9x$
nombre d'asbcisses à l'origine			
nombre d'extremums			
équation de l'axe de symétrie			

- Faire une mise en commun des observations. **(EF)**
- Amener l'élève à déduire, en se basant sur les résultats, s'il existe une relation entre le degré et le nombre d'abscisses à l'origine, le nombre d'extremums ou la symétrie du graphique.
- Demander à l'élève de tirer une conclusion générale des observations.

Fonctions du second degré
- Inviter l'élève à tracer, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique des fonctions ci-dessous et lui demander de remplir le tableau d'observations ci-dessous. **(T)**

Observations	$f(x) = x^2 - 3$	$f(x) = x^2 + 6x + 9$	$f(x) = -x^2 - 5$
nombre d'abscisses à l'origine			

nombre d'extremums			
équation de l'axe de symétrie			

- Faire une mise en commun des observations. **(EF)**
- Amener l'élève à déduire, en se basant sur les résultats, s'il existe une relation entre le degré de la fonction et le nombre d'abscisses à l'origine, le nombre d'extremums ou la symétrie du graphique.
- Demander à l'élève s'il est possible de tirer une conclusion générale de ces observations.
- Faire ressortir les ressemblances et les différences entre les fonctions du second degré et les fonctions affines, et amener l'élève à déterminer l'allure générale d'une courbe représentant une fonction du second degré.

Fonctions du troisième degré
- Inviter l'élève à tracer, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique des fonctions ci-dessous et lui demander de remplir le tableau d'observations suivant. **(T)**

	nombre d'abscisses à l'origine	nombre d'extremums	équation de l'axe de symétrie
$f(x) = x^3$			
$f(x) = x^3 - 4x$			
$f(x) = x^3 + 4x$			
$f(x) = x^3 - x^2 - 2x$			
$f(x) = x^3 + x^2 + 4x + 4$			
$f(x) = -x^3 + x^2 + 2x$			
$f(x) = -x^3 + x^2 + 4x - 4$			

- Faire une mise en commun des observations de l'élève. **(EF)**
- Amener l'élève à déduire, en se basant sur les résultats, s'il existe une relation entre le degré et le nombre d'abscisses à l'origine, le nombre d'extremums ou la symétrie du graphique.
- Inviter l'élève à tirer une conclusion générale de ces observations.
- Faire ressortir les ressemblances et les différences entre les fonctions du troisième degré et les autres fonctions étudiées précédemment, et amener l'élève à déterminer l'allure générale de la courbe représentant une fonction du troisième degré.

- Demander à l'élève d'utiliser la factorisation pour déterminer les abscisses à l'origine des fonctions données dans le tableau ci-dessus, puis d'établir le lien entre les facteurs, les zéros de la fonction et les racines de l'équation correspondante.
- Présenter l'allure générale de la représentation graphique de fonctions de la forme suivante :
  $f(x) = a(x-b)^3$, $f(x) = a(x-b)^2(x-c)$, $f(x) = a(x-b)(x^2+k)$ et $f(x) = a(x-b)(x-c)(x-d)$.
- Faire expliquer la façon dont la valeur de a ($a > 0$ ou $a < 0$) influence l'allure générale de la représentation graphique de la fonction.
- Remettre à l'élève des valeurs de racines et lui demander de déterminer une équation de la fonction correspondante.
- Inviter l'élève à vérifier son équation en traçant, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique de la fonction correspondant à son équation et en comparant les valeurs des zéros donnés de la fonction à ceux obtenus au cours de l'observation du graphique. **(EF) (T)**
- Assigner à l'élève quelques exercices où il faut déterminer l'équation d'une fonction selon ses racines et quelques points.
- Assigner à l'élève quelques exercices où il faut déterminer l'équation, sous forme factorisée, d'une fonction du troisième degré selon sa représentation graphique.
- Corriger les exercices avec l'aide des pairs ou d'un corrigé fourni à cet effet. **(EF)**
- Remettre à l'élève une série de graphiques et lui demander de déterminer le degré de chaque polynôme et le nombre d'extremums.
- Fournir à l'élève des équations sous forme factorisée et lui demander d'esquisser l'allure générale de leurs courbes.
- Demander à l'élève de s'autocorriger à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF) (T)**
- Fournir à l'élève des tableaux de valeurs et lui demander d'indiquer, selon les différences, les valeurs qui représentent des fonctions du troisième degré.
- Corriger au tableau ou oralement. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 1.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Fournir à l'élève des équations représentant des fonctions du troisième degré non factorisables et lui demander de déterminer le nombre de zéros de la fonction (p. ex., $y = x^3 + 2x + 5$).
- Demander à l'élève de vérifier ses résultats à l'aide d'une calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF)(T)**

Annexes

(espace réservé à l’enseignant ou à l’enseignante pour l’ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 1.2 (MCB4U)

Théorème du facteur et théorème du reste

Description **Durée :** 240 minutes

Dans cette activité, l'élève résout des équations du troisième et du quatrième degré comportant des racines réelles et des racines complexes en utilisant le théorème du facteur et le théorème du reste. Par la suite, elle ou il applique ses connaissances à la résolution de problèmes plus abstraits.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attente : MCB4U-E-A.2

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Asp.1 - 2 - 3 - 9

Notes de planification

- Préparer les transparents des cinq situations présentées dans la mise en situation.
- Préparer des exercices de division de polynômes de troisième et de quatrième degré par un binôme.
- Préparer un tableau tel que celui présenté dans la section **Expérimentation/Exploration/ Manipulation**.
- Préparer une série d'exercices portant sur le théorème du facteur et le théorème du reste.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève, sur transparent, des fonctions selon les situations suivantes :
  a) tableau de valeurs dans lequel on trouve les zéros;
  b) équation sous forme factorisée;
  c) équation factorisable sous forme développée;
  d) représentation graphique;
  e) équation de fonctions, telle $f(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$.
- Faire déterminer les zéros de la fonction selon chacune des situations données ci-dessus.
- Animer à une mise en commun des résultats de l'élève. **(ED)**

- Établir un lien, au moyen d'une discussion, entre les zéros de la fonction, les abscisses à l'origine et les racines de l'équation correspondante.

- Demander à l'élève d'indiquer la forme qui permet de déterminer le plus facilement les zéros de la fonction.
- Faire d'abord déterminer les zéros de la fonction définie par $f(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$, puis demander à l'élève d'écrire l'équation sous forme factorisée.
- Demander à l'élève s'il est toujours possible de factoriser des polynômes du troisième et du quatrième degré à l'aide des méthodes apprises précédemment.

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Division de polynômes
- Revoir, à l'aide d'exemples au tableau, la simplification d'expressions rationnelles simples.
- Montrer la division d'un trinôme (factorisable) par un binôme (p. ex., $x+3\overline{)2x^2+7x+3}$).
- Faire diviser un polynôme du troisième et du quatrième degré par un binôme.
- Corriger en invitant l'élève à écrire sa solution au tableau. **(EF)**
- Assigner des exercices de division de polynômes du troisième et du quatrième degré par un binôme.
- Faire corriger le travail avec l'aide des pairs. **(EF)**

Théorème du reste et théorème du facteur
- Remettre à l'élève un tableau tel que celui ci-dessous et lui demander de le remplir.

$P(x)$	diviseur $(x-a)$	quotient	reste	$P(a)$
$x^3 + 3x^2 - 4x - 12$	$(x+3)$			
$x^3 + x^2 - 14x - 21$	$(x-4)$			

- Discuter des résultats obtenus afin d'établir le lien entre la valeur du reste et celle de $P(a)$, et entre les zéros de la fonction et ses facteurs. **(EF)**
- Demander à l'élève de représenter les résultats de sa division sous la forme $f(x) = \text{diviseur} \times \text{quotient} + \text{reste}$ (p. ex., $x^3 + x^2 - 14x - 21 = (x-4)(x^2 + 5x + 6) + 3$).
- Animer un échange pour amener l'élève à énoncer le théorème du facteur et le théorème du reste.
- Permettre à l'élève d'effectuer quelques exercices et de les corriger avec l'aide des pairs. **(EF)**

- Assigner à l'élève un exercice qui porte sur le théorème du facteur et le théorème du reste (p. ex., $(x-1)$ est-il un facteur de x^3+4x^2-2x+3 ? 2, (x-1) est-il une racine de $x^3-2x^2+3x-1=0$? 3, (x-1) est-il un zéro de la fonction définie par $f(x)=2x^3-3x^2+4x-12$?).
- Corriger l'exercice oralement ou avec l'aide des pairs. **(EF)**

Approfondissement des concepts

- Faire résoudre des problèmes associés au théorème du facteur tels que :
  - Quelles sont les valeurs de *k* pour lesquelles $f(x)=x^3+6x^2+kx-4$ possède le même reste que lorsqu'il est divisé par $x-1$ ou par $x+2$?
  - Calcule *k* si $x^4+2kx^3-kx^2+2$ est divisible par $x-1$.
- Corriger les problèmes au tableau. **(EF)**
- Assigner à l'élève des problèmes semblables.
- Effectuer la correction en permettant à l'élève de comparer ses résultats avec ceux de ses pairs. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 1.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève de résoudre des équations de degrés supérieurs à deux dont certaines racines peuvent seulement être déterminées par la formule quadratique.
- Demander à l'élève de résoudre des équations de degrés supérieurs à deux dont certaines racines sont complexes.

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 1.3 (MCB4U)

Exploration des fonctions du quatrième degré

Description **Durée :** 180 minutes

Dans cette activité, l'élève explore les fonctions polynômes du quatrième degré, étudie leur représentation graphique et analyse leurs caractéristiques. De plus, l'élève factorise les équations des fonctions du quatrième degré, établit le lien entre les zéros de ces fonctions, leurs facteurs et les racines de l'équation correspondante, et écrit l'équation sous forme développée.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attentes : MCB4U-E-A.1 - 2

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Lien.1 - 2 - 3 - 4 - 5
MCB4U-E-Asp.3 - 5

Notes de planification

- Préparer les fonctions factorisables du quatrième degré à utiliser au cours de la mise en situation.
- Préparer les feuilles avec un tableau de caractéristiques des cinq fonctions du quatrième degré présentées dans la section **Expérimentation/Exploration/Manipulation**.
- Préparer un exercice qui porte sur la résolution d'équations du quatrième degré par factorisation.
- Préparer une série d'exercices de révision des activités 1.1 à 1.3.
- Préparer une grille de vérification de la maîtrise des concepts telle qu'elle est décrite dans la section **Expérimentation/Exploration/Manipulation**.
- Préparer une tâche d'évaluation sommative et une grille d'évaluation adaptée.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Faire une mise en commun des caractéristiques des fonctions du troisième degré. **(ED)**
- Présenter à l'élève quelques fonctions du quatrième degré (p. ex., $y = x^4$, $y = x^4 - 20x^2 + 64$, $y = x^4 + x^3 - 8x - 8$) et lui demander, en équipe de deux ou de trois, de tracer la représentation graphique de ces fonctions sans l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie.

- Inviter l'élève à vérifier ses représentations à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(ED) (T)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Fonctions du quatrième degré
- Faire remplir un tableau de valeurs des fonctions de la forme $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ et demander à l'élève de calculer les premières, deuxièmes, troisièmes et quatrièmes différences.
- Permettre à l'élève de faire part de ses observations et de ses résultats. **(EF)**
- Inviter l'élève à utiliser ses résultats pour faire une prédiction concernant les fonctions du n^e degré.
- Inviter l'élève à tracer, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie, la représentation graphique des fonctions ci-dessous et à remplir un tableau d'observations comme le suivant. **(T)**

	nombre d'extremums	équation de l'axe de symétrie	allure générale du graphique
$f(x) = x^4$			
$f(x) = x^4 - 1$			
$f(x) = x^4 - 20x^2 + 64$			
$f(x) = x^4 + x^3 - 8x - 8$			
$f(x) = -x^4 + 20x^2 - 64$			

- Animer une discussion pour amener l'élève à échanger ses observations. **(EF)**
- Amener l'élève à déduire, en s'inspirant des résultats, s'il existe une relation entre le degré de la fonction et le nombre d'extremums, la symétrie ou l'allure générale du graphique.
- Demander à l'élève de tirer une conclusion générale des observations. **(EF)**
- Faire factoriser les quatre dernières équations du tableau qui précède afin de permettre à l'élève d'en déterminer les racines ainsi que leur genre (réel ou complexe).
- Animer une mise en commun des résultats de l'élève. **(EF)**
- Assigner à l'élève un exercice où elle ou il doit déterminer les zéros de différentes fonctions du quatrième degré ainsi que les racines des équations correspondantes.
- Animer une mise en commun des réponses de l'élève. **(EF)**
- Demander à l'élève de déterminer l'équation qui définit une fonction, sous forme factorisée et sous forme développée, selon quatre racines réelles (p. ex., quatre racines distinctes, deux racines distinctes et une racine double, deux paires de racines doubles, une racine triple et une racine simple) et quelques autres points.
- Corriger au tableau. **(EF)**
- Inviter l'élève à déterminer, en partant de sa représentation graphique, l'équation qui définit une fonction sous forme factorisée et sous forme développée.

- Demander à l'élève de vérifier ses réponses à l'aide d'une calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF) (T)**

Révision des activités 1.1, 1.2 et 1.3
- Remettre à l'élève une série d'exercices qui portent sur les concepts présentés lors des activités 1.1, 1.2 et 1.3.
- Permettre à l'élève de corriger ses réponses avec l'aide des pairs, de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF) (T)**
- Remettre à l'élève une grille de vérification de la compréhension des concepts présentés lors des trois premières activités, sur laquelle elle ou il doit cocher ceux qui sont maîtrisés.
- Inviter l'élève à discuter des démarches qu'elle ou il se propose de suivre afin d'améliorer sa maîtrise des concepts. **(O)**
- Faire passer une tâche d'évaluation sommative, qui s'accomplit à l'aide d'un test papier-crayon, portant sur le contenu des activités 1.1 à 1.3. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions liées aux fonctions du troisième et du quatrième degré, au théorème du facteur et au théorème du reste à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :
  - Connaissance et compréhension
    - déterminer le degré des fonctions polynômes présentées sous différentes formes et sous différentes représentations;
    - déterminer les caractéristiques des fonctions polynômes;
    - déterminer l'équation d'une fonction polynôme en partant des zéros de la fonction et de quelques points;
    - utiliser le théorème du facteur dans la factorisation de polynômes de degrés supérieurs à deux.
  - Réflexion, recherche et résolution de problèmes
    - résoudre des problèmes complexes associés au théorème du facteur et au théorème du reste;
    - déterminer l'équation de la courbe en se basant sur sa représentation graphique.
  - Communication
    - utiliser la terminologie et les symboles mathématiques appropriés;
    - présenter les étapes de son raisonnement.
  - Mise en application
    - esquisser la représentation graphique de fonctions polynômes;
    - établir le lien entre les trois représentations d'une fonction;
    - présenter différentes représentations de fonctions polynômes et les classer selon leur degré.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Remettre à l'élève des représentations graphiques de fonctions du cinquième degré et lui demander de déterminer les équations des fonctions et de vérifier ses résultats à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(T)**

Annexes

(espace réservé à l’enseignant ou à l’enseignante pour l’ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 1.4 (MCB4U)

Nature des racines

Description **Durée :** 240 minutes

Dans cette activité, l'élève détermine, par factorisation, les racines réelles ou complexes d'équations algébriques de degrés supérieurs à deux. À l'aide de la technologie, elle ou il détermine les zéros de fonctions polynômes qui ne peuvent pas être factorisées et les lie à la courbe associée. De plus, l'élève écrit l'équation de fonctions polynômes dont les zéros réels ou complexes sont donnés.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attentes : MCB4U-E-A.2

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Asp.3 - 4 - 5 - 9

Notes de planification

- Préparer un travail portant sur la résolution d'équations de degrés supérieurs à deux comportant des racines réelles et complexes.
- Préparer un travail où l'élève doit déterminer l'équation d'une fonction selon les zéros réels ou complexes.
- Préparer des questions de résolution de problèmes complexes.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Demander à l'élève de déterminer les zéros des fonctions ci-dessous ainsi que le genre de racines associées aux équations correspondantes :
  - $f(x) = 3x^2 + 28x - 20$ (factorisable);
  - $f(x) = 5x^2 + x - 10$ (non factorisable);
  - $f(x) = -x^3 + 5x^2 - 2x - 2$ (3e degré - théorème du facteur, formule quadratique);
  - $f(x) = x^3 - 2x^2 + x + 4$ (3e degré - théorème du facteur, formule quadratique, mais avec racines complexes).

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Résolution d'équations algébriques comportant des racines réelles et complexes

- Inviter quelques élèves à écrire leur solution au tableau.
- Discuter des solutions de l'élève et apporter les corrections nécessaires, au besoin. **(ED)**
- Inviter l'élève à tirer des conclusions par rapport au genre de racines obtenues.
- Assigner à l'élève un travail qui porte sur la résolution d'équations de degrés supérieurs à deux comportant des racines réelles et des racines complexes.
- Corriger le travail au tableau en invitant quelques élèves à y écrire leur solution. **(EF)**

Résolution d'équations algébriques comportant des racines réelles et des racines complexes à l'aide de la technologie
- Demander à l'élève de déterminer les racines d'une équation du genre $x^3 + 9x^2 + 8x - 7 = 0$.
- Faire remarquer à l'élève qu'il est parfois impossible de déterminer une racine à l'aide du théorème du facteur.
- Inviter l'élève à trouver une autre façon à l'aide de laquelle on pourrait déterminer les racines de l'équation.
- Faire déterminer les racines de l'équation à l'aide d'une calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie et demander à l'élève de les vérifier dans l'équation. **(EF)** **(T)**
- Demander à l'élève de déterminer les zéros de fonctions polynômes du troisième au cinquième degré qui proviennent d'équations qui ne peuvent pas être factorisées.
- Corriger oralement, avec l'aide des pairs ou en projetant le graphique à l'écran. **(EF)**

Équations de fonctions polynômes
- Faire résoudre des équations du genre $k(x+2)(x+3)(x-4) = 0$ en variant *k*.
- Demander à l'élève d'établir un lien entre la valeur de *k* et les racines de l'équation. **(EF)**
- Donner à l'élève trois racines et lui demander de déterminer l'équation de la fonction polynôme sous forme factorisée (p. ex., certaines racines sont doubles, d'autres sont complexes).
- Permettre à l'élève de vérifier sa réponse avec celles de ses pairs. **(EF)**
- Assigner à l'élève un travail où elle ou il doit d'abord déterminer l'équation d'une fonction selon les zéros réels ou complexes de celle-ci, puis déterminer les racines de l'équation d'une fonction sous la forme factorisée.
- Corriger le travail oralement. **(EF)**

Résolution de problèmes
- Faire résoudre des problèmes plus complexes qui portent sur la nature des racines (p. ex., déterminer l'équation dont les racines proviennent de $h + k$ et hk, sachant que h et k sont les racines de l'équation $3x^2 + 28x - 20 = 0$, ou déterminer la valeur de p dans l'équation $3x^2 + 5x + p = 0$ dont l'une des racines est - 2, ou déterminer la valeur de p et de q dans l'équation $x^3 + px^2 + qx + 6{,}4 = 0$ dont deux racines sont $2i$ et $-2i$).
- Corriger chacun des problèmes au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer au groupe-classe. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 1.5.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Faire déterminer à l'élève l'équation de la courbe en partant des racines et d'un point sur la courbe.

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 1.5 (MCB4U)

Inéquations algébriques

Description

Durée : 300 minutes

Dans cette activité, l'élève utilise la factorisation pour résoudre des inéquations algébriques décomposables en facteurs et se sert de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie pour résoudre celles qui ne peuvent pas être factorisées. De plus, elle ou il exprime des distances et des intervalles en utilisant la valeur absolue.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attentes : MCB4U-E-A.2

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Asp.6 - 7 - 8 - 9

Notes de planification

- Préparer une série d'exercices qui portent sur la résolution d'inéquations et de valeurs absolues.
- Préparer un tableau tel que celui trouvé dans la partie *Inéquations du deuxième degré et de degrés supérieurs à deux*.
- Préparer une variété de problèmes de révision liés aux activités 1.4 et 1.5.
- Préparer une tâche d'évaluation sommative.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Proposer à l'élève de résoudre le problème suivant :
  - Le conseil des élèves organise un voyage à l'extérieur de l'école. La compagnie d'autobus exige un montant de 1 600 \$ pour la durée de l'activité. L'autobus peut accommoder jusqu'à 48 passagers. Si le conseil des élèves détermine que le coût maximal est de 45 \$ par élève, quel nombre minimal d'élèves peut participer à l'activité?
- Au cours d'une mise en commun, inviter l'élève à échanger sa réponse et les différentes méthodes utilisées dans la résolution du problème. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Inéquations du deuxième degré et de degrés supérieurs à deux

- Présenter à l'élève une inéquation du second degré et lui demander de la décomposer en facteurs (p. ex., $x^2 - 2x - 15 > 0$ devient $(x-5)(x+3) > 0$).
- Demander à l'élève d'esquisser la représentation graphique de la fonction définie par l'équation $y = (x-5)(x+3)$ et d'indiquer les zéros de la fonction.
- Inviter l'élève à établir les intervalles qui satisfont l'inéquation.
- Demander à l'élève de vérifier les intervalles trouvés en substituant une valeur de x dans l'inéquation. **(EF)**
- Présenter à l'élève la solution avec la méthode papier-crayon :
  - Problème : $(x-5)(x+3) > 0$
  - Solution :

valeurs de x	$x < -3$	$-3 < x < 5$	$x > 5$
$(x-5)$	- - - - - - - - - -	- - - - - - - - - - - - - - - - - -	+ + + + + + + + +
$(x+3)$	- - - - - - - - - -	+ + + + + + + + + + + + +	+ + + + + + + + +
$(x-5)(x+3)$	+	-	+

  la solution est donc : $x < -3$ ou $x > 5$.
- Demander à l'élève d'établir le lien entre les réponses obtenues et la représentation graphique de la fonction.
- Remettre à l'élève un tableau semblable à celui ci-dessus, mais en utilisant des intervalles différents, puis l'inviter à tracer le graphique de la fonction correspondante.
- Corriger avec l'aide des pairs. **(EF)**
- Présenter à l'élève quelques problèmes d'inéquations du second degré et lui demander de les résoudre à l'aide de la méthode de son choix.
- Corriger avec l'aide des pairs, de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF)**
- Reprendre l'exercice avec une inéquation de degré supérieur à deux.
- Assigner un travail de résolution d'inéquations du deuxième degré ou de degré supérieur à deux et demander à l'élève de les résoudre en utilisant la méthode papier-crayon et d'esquisser les graphiques.
- Corriger en équipe de deux ou trois. **(EF)**
- Demander à l'élève d'écrire une inéquation en fonction de certains critères (p. ex., une fonction est seulement positive lorsque $x < 3$ et $x > 5$).
- Animer un échange et assigner un exercice semblable.
- Corriger avec l'aide des pairs. **(EF)**

Inéquations non factorisables

- Présenter d'abord à l'élève une inéquation du troisième degré qui est indécomposable, puis lui demander de déterminer une façon de la résoudre.

- Faire résoudre l'inéquation à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie et demander à l'élève de désigner les intervalles situés au-dessus et au-dessous de l'axe des x. **(T)**
- Demander à l'élève d'effectuer la vérification en substituant une valeur de x dans l'inéquation. **(EF)**
- Assigner un travail de résolution d'inéquations indécomposables.
- Corriger le travail oralement. **(EF)**

Valeurs absolues
- Présenter au tableau le concept et la définition d'une valeur absolue.
- Montrer à l'élève, à l'aide d'exemples, la façon dont il faut exprimer des distances à l'aide de la notation de la valeur absolue.
- Utiliser la valeur absolue pour établir les intervalles où les valeurs d'une fonction sont positives et où les valeurs sont négatives.
- Assigner une variété de fonctions du deuxième au quatrième degré et demander à l'élève de déterminer les intervalles où la fonction est positive ou négative et de les exprimer en utilisant la valeur absolue, si cela est possible.
- Corriger le travail avec l'aide des pairs ou au tableau. **(EF)**

Révision des activités 1.4 et 1.5
- Assigner un devoir de révision qui porte sur les concepts présentés dans les activités 1.4 et 1.5.
- Faire la correction au tableau, au besoin. **(EF)**
- Demander à l'élève de rédiger, dans son cahier, un texte qui expose les concepts acquis lors des activités 1.4 et 1.5, les concepts qui occasionnent certaines difficultés ainsi que les démarches entreprises pour les maîtriser. **(O)**
- Faire passer un test papier-crayon qui porte sur la nature des racines d'une fonction polynôme, les valeurs absolues et la résolution d'inéquations algébriques. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions liées à la nature des racines d'une fonction polynôme, aux valeurs absolues et à la résolution d'inéquations algébriques à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :
  - Connaissance et compréhension
    - résoudre des équations de degrés supérieurs à deux à l'aide de la factorisation, de la formule quadratique et de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie;
    - résoudre des inéquations;
    - tracer le graphique d'une fonction et déterminer ses zéros à l'aide de la calculatrice
      à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie;
    - écrire une inéquation en fonction des intervalles où la fonction est positive ou négative;
    - exprimer des intervalles à l'aide de valeurs absolues.
  - Réflexion, recherche et résolution de problèmes
    - déterminer la valeur de certains coefficients dans une équation polynôme en sachant que les racines sont réelles ou complexes;

    - résoudre des problèmes qui portent sur les polynômes ayant des racines complexes ou réelles et les inéquations.
- Communication
    - utiliser le vocabulaire propre à chacune des sections étudiées;
    - présenter les étapes de son raisonnement en utilisant la terminologie et les symboles mathématiques appropriés.
- Mise en application
    - esquisser la représentation graphique de fonctions polynômes en se basant sur les informations données;
    - résoudre une inéquation décomposable du troisième et du quatrième degré, et esquisser le graphique de la fonction correspondante;
    - déterminer l'équation des fonctions polynômes dont les zéros réels ou complexes sont donnés.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Présenter la résolution d'inéquations du cinquième degré.

Annexes
(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

Annexe MCB4U 1.5.1 : Grille d'évaluation adaptée - Fonctions polynômes

Grille d’évaluation adaptée - Fonctions polynômes **Annexe MCB4U 1.5.1**

Type d’évaluation : *diagnostique 9 formative 9 sommative :*				
Compétences et critères	***50 - 59 % Niveau 1***	***60 - 69 % Niveau 2***	***70 - 79 % Niveau 3***	***80 - 100 % Niveau 4***
Connaissance et compréhension				
L’élève - résout des équations de degrés supérieurs à deux et des inéquations. - trace le graphique d’une fonction et en détermine les zéros. - écrit une inéquation en fonction des intervalles donnés. - exprime les intervalles à l’aide de valeurs absolues.	L’élève démontre une **compréhension limitée** des concepts et exécute **uniquement** des algorithmes **simples par écrit et à l’aide d’un outil technologique**.	L’élève démontre une **compréhension partielle** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l’aide d’un outil technologique, avec une certaine exactitude**.	L’élève démontre une **compréhension générale** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l’aide d’un outil technologique, avec exactitude**.	L’élève démontre une **compréhension approfondie** des concepts et choisit l’algorithme **le plus efficace** et l’exécute **par écrit, mentalement et à l’aide d’un outil technologique, avec exactitude**.
Réflexion, recherche et résolution de problèmes				
L’élève - détermine la valeur de certains coefficients dans une équation polynôme en sachant que les racines sont réelles ou complexes. - résout des problèmes qui portent sur les fonctions polynômes ayant des racines complexes ou réelles et les inéquations.	L’élève suit des raisonnements mathématiques **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une efficacité limitée**.	L’élève suit des raisonnements mathématiques **d’une certaine complexité**, avance des raisonnements **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une certaine efficacité**.	L’élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **d’une certaine complexité** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une grande efficacité**.	L’élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **complexes** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une très grande efficacité et pose des questions susceptibles d’élargir la réflexion**.

Communication				
L’élève - utilise le vocabulaire approprié. - utilise la langue et les symboles mathématiques appropriés pour présenter son raisonnement par écrit ou sous forme graphique.	L’élève utilise **rarement** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec peu de clarté** et en donnant des explications **limitées**.	L’élève utilise **parfois** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une certaine clarté** et en donnant **certaines** explications.	L’élève utilise **souvent** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une grande clarté** et en donnant des explications **substantielles**.	L’élève utilise **toujours ou presque toujours** la langue et les symboles mathématiques **avec une grande efficacité**, et communique des raisonnements **avec une très grande clarté et concision** et en donnant des explications **complètes**.
Mise en application				
L’élève - esquisse la représentation graphique de fonctions polynômes en se basant sur les informations données. - résout des inéquations décomposables du troisième et du quatrième degré, et en esquisse le graphique. - détermine l’équation de fonctions polynômes dont les zéros réels ou complexes sont donnés.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **simples dans des contextes familiers**.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **d’une certaine complexité dans des contextes familiers**.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers**, et reconnaît les principaux concepts et procédés mathématiques portant sur l’application **à des contextes peu familiers**.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers et peu familiers**.
Remarque : L’élève dont le rendement est en deçà du niveau 1 (moins de 50 %) n’a pas satisfait aux attentes pour cette tâche.				

APERÇU GLOBAL DE L'UNITÉ 2 (MCB4U)

Fonctions diverses

Description **Durée :** 19 heures

Cette unité porte sur la composition de fonctions ainsi que sur la croissance et la décroissance exponentielles. L'étude des fonctions logarithmiques et l'interprétation de situations de différents domaines permettent à l'élève d'utiliser ses connaissances dans la formulation et la résolution de problèmes d'application.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attentes : MCB4U-E-A.3 - 4 - 5

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Car.1 - 2 - 3 - 4 - 5
MCB4U-E-Déf.1 - 2 - 3 - 4 - 5
MCB4U-E-Comp.1 - 2 - 3 - 4 - 5

Titres des activités	Durée
Activité 2.1 : Composition de fonctions	240 minutes
Activité 2.2 : Fonctions exponentielles	240 minutes
Activité 2.3 : Croissance et décroissance exponentielles	180 minutes
Activité 2.4 : Fonctions réciproques et fonctions logarithmiques	180 minutes
Activité 2.5 : Résolution d'équations exponentielles et logarithmiques	300 minutes

Liens

L'enseignant ou l'enseignante prévoit l'établissement de liens entre le contenu du cours et l'animation culturelle (**AC**), la technologie (**T**), les perspectives d'emploi (**PE**) et les autres matières (**AM**) au moment de sa planification des stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Des suggestions pratiques sont intégrées dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves

L'enseignant ou l'enseignante doit planifier des mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves en difficulté et de celles et ceux qui suivent un cours d'ALF/PDF ainsi que des activités de renforcement et d'enrichissement pour tous les élèves. L'enseignant ou l'enseignante trouvera plusieurs suggestions pratiques dans *La boîte à outils*, p. 11-21.

Évaluation du rendement de l'élève

L'évaluation fait partie intégrante de la dynamique pédagogique. L'enseignant ou l'enseignante doit donc planifier et élaborer en même temps les activités d'apprentissage et les étapes de l'évaluation en fonction des quatre compétences de base. Des exemples des différents types d'évaluation tels que l'évaluation diagnostique (**ED**), l'évaluation formative (**EF**) et l'évaluation sommative (**ES**) sont suggérés dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Sécurité

L'enseignant ou l'enseignante veille au respect des règles de sécurité du Ministère et du conseil scolaire.

Ressources

Dans cette unité, l'enseignant ou l'enseignante utilise les ressources suivantes :

Ouvrages généraux/de référence/de consultation

ASSOULINE, J., C. BUZAGLO et G. BUZAGLO, *Mathématiques 2000, 536 Module B - exercices et résolution de problèmes*, Montréal, Guérin Éditeur, 1993, 346 p. *

CÔTÉ, Carole, *Modèles mathématiques 1 - technologie du génie électrique*, Saint-Laurent, Éditions du Renouveau pédagogique, 1999, 435 p. *

HAYOUN, Jacques, *Essentiel mathématique 536 - cahier d'exercices*, Montréal, LIDEC, 1998, 231 p. *

ROSS, André, *Mathématiques appliquées à l'administration*, Sainte-Foy, Les éditions Le Griffon d'argile, 1999, 379 p. *

ROSS, André, *Modèles mathématiques pour les techniques industrielles*, Sainte-Foy, Les éditions Le Griffon d'argile, 1998, 438 p. *

Médias électroniques

Calculs logarithmiques, tfo, BPN 592105, coul. 10 min (série Les Fonctions exponentielles et logarithmiques).

Croissance et Décroissance exponentielles, tfo, BPN 592103, coul. 10 min (série Les Fonctions exponentielles et logarithmiques).

Le graphique, tfo, BPN 592102, coul. 10 min (série Les Fonctions exponentielles et logarithmiques).

Les Logarithmes, tfo, BPN 592104, coul. 10 min (série Les Fonctions exponentielles et logarithmiques).

Les puissances, tfo, BPN 592101, coul. 10 min (série Les Fonctions exponentielles et logarithmiques).

Une question d'échelle, tfo, BPN 592106, coul. 10 min (série Les Fonctions exponentielles et logarithmiques).

ACTIVITÉ 2.1 (MCB4U)

Composition de fonctions

Description **Durée :** 240 minutes

Dans cette activité, l'élève interprète et détermine la composition de deux fonctions. Elle ou il décrit les fonctions de base formant une fonction composée donnée et décrit la composée d'une fonction et de sa réciproque.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attente : MCB4U-E-A.5

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Comp.1 - 2 - 3 - 4 - 5

Notes de planification

- Préparer un transparent du problème de la mise en situation.
- Planifier le choix d'une dizaine de températures variées liées pour réaliser le problème de la mise en situation.
- Préparer une série de problèmes qui portent sur la composition de fonctions.
- Préparer un devoir qui porte sur le domaine et l'image dans la composition de fonctions.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève, à l'aide d'un transparent, le problème suivant :
  - La période d'un pendule dépend de sa longueur selon la formule $T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{980}}$, où T représente la période en secondes. La longueur d'un pendule dépend de la température selon la formule $L = 50 + 0,0035C$, où L = la longueur en centimètres et C, la température en °C. Détermine la période du pendule en fonction des conditions énoncées.
- Donner à l'élève une dizaine de températures variées afin de lui faire déterminer la période du pendule.
- Animer une mise en commun des résultats. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Présentation de la composition de fonctions

- Revoir avec l'élève, à l'aide d'exemples au tableau, la définition de fonctions, la notation fonctionnelle et les diagrammes sagittaux.
- Effectuer quelques exemples de notation fonctionnelle en insérant des valeurs numériques dans l'équation qui définit la fonction et demander à l'élève de les évaluer.
- Présenter à l'élève deux fonctions, *f* et *g*, où *f* est une fonction affine et *g*, une fonction du second degré.
- Faire calculer $f(x)$ pour quelques valeurs de *x*.
- Demander à l'élève d'insérer les valeurs de $f(x)$ dans l'expression $g(x)$.
- Inviter l'élève à illustrer ses résultats à l'aide d'un diagramme sagittal.
- Demander à l'élève si l'on peut passer directement du premier au dernier ovale du diagramme sagittal en obtenant les mêmes résultats.
- Faire interpréter la composition de deux fonctions.
- Présenter à l'élève la notation $g(f(x))$ et reprendre l'exemple précédent afin de lui montrer que l'on obtient plus rapidement les mêmes résultats.
- Demander à l'élève de décrire et de comparer les fonctions de base et la fonction composée.
- Effectuer une variété d'exemples au tableau afin d'approfondir le concept de la composition de fonctions.
- Assigner un devoir qui porte sur les fonctions composées.
- Corriger au tableau en invitant quelques élèves à faire part de leurs réponses et en profiter pour souligner l'importance de la forme. **(EF)**
- Revenir au problème mathématique de la mise en situation et présenter la solution au tableau à l'aide de la composition de fonctions.
- Présenter à l'élève deux fonctions affines, *f* et *g*, et lui demander de calculer la valeur de *x* en fonction de la valeur de $f(g(x))$.
- Reprendre le problème précédent avec une fonction affine et une fonction du second degré.
- Demander à l'élève de déterminer la valeur d'une variable selon les fonctions *f* et *g* ainsi que la valeur de $f(g(x))$ (p. ex., trouver la valeur de *k* lorsque $f(g(2k)) = 8$ en sachant que $g(x) = x + 4$ et que $f(x) = x - 5$).
- Assigner à l'élève une variété de problèmes semblables.
- Inviter l'élève à écrire sa solution au tableau. **(EF)**

Domaine et image de la composition de fonctions

- Revoir, avec l'élève, à l'aide d'exemples au tableau, le concept du domaine et de l'image d'une fonction.
- Présenter à l'élève deux fonctions, *f* et *g*, sous forme de diagrammes sagittaux ou d'ensembles.
- Demander à l'élève de faire la composition de $f(g(x))$ afin de l'amener à comprendre que la composition de fonctions est seulement possible s'il existe une compatibilité entre le domaine de l'une et l'image de l'autre.
- Présenter à l'élève deux fonctions sous forme d'équations (p. ex., $f(x) = x^2 + 3$, $g(x) = \sqrt{x-2}$) et lui demander de déterminer $f(g(x))$ et $g(f(x))$.
- Corriger l'exercice oralement ou avec l'aide des pairs. **(EF)**

- Demander à l'élève de préciser le domaine et l'image de $f(x), g(x)$, de $f(g(x))$ et de $g(f(x))$.
- Corriger l'exercice oralement ou avec l'aide des pairs. **(EF)**
- Souligner à nouveau l'importance de la compatibilité entre le domaine de l'une des fonctions et l'image de l'autre.
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur le domaine et l'image associés à la composition de fonctions.
- Corriger le devoir au tableau, oralement ou avec l'aide des pairs. **(EF)**

Composée d'une fonction et de sa réciproque
- Revoir avec l'élève, à l'aide d'exemples au tableau, la notion d'une fonction réciproque.
- Inviter l'élève à tracer la représentation graphique d'une fonction et, à l'aide de quelques points, la représentation graphique de sa réciproque afin de lui permettre d'observer la symétrie et d'indiquer l'axe de symétrie $y = x$.
- Faire déterminer l'équation de la réciproque d'une fonction et demander à l'élève de l'associer au graphique.
- Former des équipes de trois et distribuer à chacune une fonction.
- Demander à l'élève de déterminer $f(f^{-1}(x))$.
- Inviter un membre de quelques équipes à présenter sa solution au groupe-classe en la notant au tableau. **(EF)**
- Discuter des résultats obtenus pour montrer que $f(f^{-1}(x)) = x$.

Fonctions de base découlant d'une fonction composée
- Présenter à l'élève, au tableau, une fonction composée et l'une des deux fonctions de base, et lui demander de montrer la méthode à suivre pour déterminer la deuxième fonction de base.
- Assigner un exercice semblable à l'élève et lui demander de l'accomplir en équipe de deux ou de trois.
- Permettre à l'élève de s'autocorriger en lui demandant d'insérer quelques valeurs particulières de x dans les fonctions. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 2.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Faire la composition de trois fonctions ou plus.

Annexes
(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 2.2 (MCB4U)

Fonctions exponentielles

Description

Durée : 240 minutes

Dans cette activité, l'élève étudie les fonctions exponentielles et explore leurs propriétés en utilisant diverses représentations. Elle ou il compare le taux de variation des graphiques des fonctions exponentielles aux taux des fonctions non exponentielles.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attente : MCB4U-E-A.3

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Car.1 - 2 - 3

Notes de planification

- Préparer un tableau tel que celui présenté dans la section *Effets de la variation de* b *et de* c *dans l'équation* $y = ca^x + b$.
- Préparer, pour la section *Effets de la variation de* b *et de* c *dans l'équation* $y = ca^x + b$, un tableau avec une série d'équations en faisant varier *a, b* et *c*.
- Préparer un devoir de résolution de problèmes qui portent sur les fonctions exponentielles.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Faire modéliser la situation ci-dessous à l'aide d'un tableau de valeurs et d'une équation :
  - Tu reçois un courrier électronique te demandant de faire parvenir le message à trois personnes qui, à leur tour, le feront parvenir à trois personnes, et ainsi de suite. Après combien d'envois aura-t-on contacté un million de personnes?
- Faire une mise en commun des résultats. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Exploration des fonctions

- Inviter l'élève à tracer la représentation graphique d'une variété de fonctions exponentielles à l'aide de la méthode papier-crayon (p. ex., $y = 2^x$, $y = 3^x$, $y = 10^x$) et à lui faire vérifier ses résultats à l'aide d'une calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(T) (EF)**
- Demander à l'élève de noter, selon les graphiques obtenus, les observations suivantes : domaine, image, asymptotes, croissance/décroissance et coordonnées à l'origine.
- Répéter le même processus avec les fonctions définies par les équations $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$, $y = \left(\frac{1}{10}\right)^x$, $y = 1^x$, $y = (-2)^x$ et $y = \left(-\frac{1}{2}\right)^x$.
- Animer une mise en commun des résultats de l'élève. **(EF)**
- Définir une fonction exponentielle et donner les caractéristiques d'une fonction exponentielle de la forme $y = a^x$.
- Demander à l'élève d'indiquer oralement les fonctions exponentielles parmi les fonctions ci-dessus. **(EF)**
- Inviter l'élève à trouver des situations de la vie courante qui peuvent être modélisées par une fonction exponentielle (p. ex., l'accroissement de la population, l'intérêt composé).

Effets de la variation de b *et de* c *dans l'équation* $y = ca^x + b$

- Inviter l'élève à remplir le tableau ci-dessous à l'aide de la calculatrice à capacité graphique.

équations	domaine	image	équation de l'asymptote	ordonnée à l'origine	transformations par rapport à $y = 2^x$
$y = 2^x$					
$y = 2^x + 3$					
$y = 2^x - 5$					
$y = 3(2^x)$					
$y = -5(2^x)$					
$y = \frac{1}{3}(2^x)$					
$y = -\frac{1}{5}(2^x)$					

- Faire une mise en commun des résultats. **(EF)**

- Demander à l'élève de remplir un tableau tel que celui présenté ci-dessus sans tracer le graphique en partant d'une dizaine d'équations rédigées sous la forme $y = ca^x + b$ et en faisant varier les valeurs de *a,* de *b* et de *c*.
- Demander à l'élève de vérifier ses résultats à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF)(T)**
- Discuter des résultats obtenus au moyen d'une mise en commun.

Comparaison des taux de variation
- Demander à l'élève de préparer un tableau de valeurs pour chacune des fonctions définies par les équations suivantes : $y = x^2$, $y = 2^x$, $y = x^{1/2}$ et $y = 2x$, si le domaine est $\{ x / -3 \leq x \leq 6, x \in Z \}$.
- Inviter l'élève à calculer, en s'inspirant des tableaux de valeurs, les premières, les deuxièmes et les troisièmes différences, et à les comparer.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève d'échanger ses résultats et ses observations et de faire ressortir que les premières différences sont proportionnelles aux valeurs de y . **(EF)**
- Demander à l'élève de déterminer l'équation d'une fonction exponentielle en se basant sur certaines caractéristiques et un point.
- Assigner un devoir de résolution de problèmes semblables au précédent.
- Corriger le devoir au tableau. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 2.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander d'abord à l'élève de tracer le graphique d'une fonction définie par une équation rédigée sous la forme $y = ca^{x-d} + b$ à l'aide de transformations, puis de donner les caractéristiques de la courbe.
- Demander d'abord à l'élève de tracer le graphique d'une fonction définie par une équation rédigée sous la forme $y = ca^{|x-d|} + b$ à l'aide de transformations, puis de donner les caractéristiques de la courbe.

Annexes
(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 2.3 (MCB4U)

Croissance et décroissance exponentielles

Description **Durée :** 180 minutes

Dans cette activité, l'élève interprète des situations tirées de différents domaines ayant trait à la croissance et à la décroissance exponentielles en utilisant diverses représentations. Elle ou il formule et résout des problèmes tirés d'une variété d'applications pouvant être modélisées par une fonction exponentielle.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attente : MCB4U-E-A.3

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Car.4 - 5

Notes de planification

- Préparer un transparent de la situation des cellules de levure présentée dans la section **Expérimentation/Exploration/Manipulation**.
- Préparer des problèmes en utilisant diverses représentations de croissance et de décroissance exponentielles tirées de différents domaines.
- Préparer divers problèmes à résoudre afin de permettre à l'élève de vérifier sa maîtrise des concepts présentés dans les trois premières activités de l'unité 2.
- Préparer une tâche d'évaluation sommative et une grille d'évaluation adaptée.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter au tableau la situation suivante :
  - Tu déposes 2 000 $ dans un placement dont le rendement annuel est de 6 %, composé annuellement. La valeur finale du placement est calculée avec la formule $VF = C(1+i)^n$, où C représente le capital investi, i, le taux d'intérêt par période et n, le nombre de périodes d'investissement. Combien d'années faudra-t-il pour doubler le montant initial? **(AM)**
- Jumeler les élèves et les inviter à résoudre le problème.
- Amener l'élève à discuter de ses résultats en animant une mise en commun. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Croissance exponentielle

- Présenter, à l'aide d'un transparent, la situation suivante :
  - Les cellules de levure provoquent la fermentation des sucres et des amidons, ce qui amène la formation d'alcool et de gaz carbonique, entraînant ainsi, comme effet, de faire lever le pain. Le nombre initial de cellules de levure est 1 000. Ce nombre double chaque demi-heure. Remplis un tableau de valeurs qui représente le nombre de cellules après chaque demi-heure des cinq premières heures. Représente le tableau de valeurs sur un plan cartésien. **(AM)**
- Demander à l'élève de déterminer si on peut modéliser la situation à l'aide d'une fonction exponentielle.
- Demander à l'élève d'écrire l'équation qui correspond au problème ($y = 1000(2^x)$).
- Présenter l'équation générale de la fonction exponentielle ($y = ca^x + b$).
- Amener l'élève à comprendre que *c* représente le nombre de cellules initiales, que la valeur de *a* est égale à deux puisque le nombre de cellules «double» chaque demi-heure et que *x* représente le nombre de doublements.
- Amener l'élève à établir une relation entre le nombre de doublements et le temps écoulé.
- Discuter avec l'élève de ses réponses et l'inviter à écrire l'équation en fonction de t ($y = 1000(2^{\frac{t}{0,5}})$).
- Montrer à l'élève le développement de la formule générale de la croissance exponentielle $y = N_0(2^{\frac{t}{d}})$, où N_0 représente la population initiale, d, le temps requis pour un doublement et *t*, le temps total.
- Confirmer à l'élève que le problème représente une croissance exponentielle en établissant le lien entre la formule générale de la croissance exponentielle et la formule du problème de la mise en situation.
- Faire avec l'élève quelques problèmes en utilisant diverses représentations tirées de différents domaines (p. ex., croissance d'une population de bactéries, croissance de la capacité de mémoire des ordinateurs). **(AM)**
- Assigner à l'élève une variété de questions qui portent sur la croissance exponentielle (p. ex., croissance d'une population), et lui demander d'interpoler certaines valeurs en s'inspirant du graphique de la fonction (p. ex., le temps nécessaire pour obtenir un nombre donné de bactéries).
- Inviter l'élève à écrire sa solution au tableau et à l'expliquer. **(EF)**

Décroissance exponentielle

- Présenter à l'élève une situation de décroissance exponentielle (p. ex., un problème de demi-vie en chimie) et lui demander d'effectuer les trois différentes représentations de la fonction. **(AM)**
- Animer une mise en commun des résultats afin de trouver la formule générale d'une décroissance exponentielle. **(EF)**
- Faire avec l'élève quelques exemples qui portent sur la décroissance exponentielle et lui assigner des problèmes qui portent sur celle-ci (p. ex., rebondissement d'un ballon) en lui demandant d'interpoler certaines valeurs en partant du graphique de la fonction (p. ex., la hauteur qu'atteindra le ballon à son huitième bond).
- Corriger au tableau en invitant quelques élèves à y écrire leurs solutions et à les expliquer. **(EF)**

Révision des activités 2.1, 2.2 et 2.3

- Remettre à l'élève divers problèmes à résoudre afin de lui permettre de vérifier sa maîtrise des concepts présentés dans les trois premières activités de l'unité 2.
- Corriger avec l'aide des pairs ou au tableau, au besoin. **(EF)**
- Rencontrer l'élève individuellement et discuter afin de l'amener à prendre conscience de son apprentissage des concepts et de lui permettre d'entreprendre les démarches nécessaires pour maîtriser ceux qui ne le sont pas. **(O)**
- Faire passer une tâche d'évaluation sommative qui porte sur la composition de fonctions, les fonctions exponentielles et la résolution de problèmes liés à la croissance et à la décroissance exponentielles. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions liées à la composition de fonctions, aux fonctions exponentielles et à la résolution de problèmes qui portent sur la croissance et la décroissance exponentielles à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :
  - Connaissance et compréhension
    - effectuer la composition de fonctions;
    - tracer le graphique d'une fonction exponentielle;
    - déterminer le domaine, l'image, l'asymptote et l'ordonnée à l'origine d'une fonction exponentielle;
    - donner les caractéristiques des fonctions exponentielles;
    - déterminer l'équation d'une fonction exponentielle en se basant sur les caractéristiques et d'un point;
    - déterminer les deux autres représentations d'une fonction exponentielle en partant d'une représentation.
  - Réflexion, recherche et résolution de problèmes
    - déterminer une fonction de base selon une fonction composée et l'autre fonction de base;
    - modéliser diverses situations à l'aide d'équations de fonctions exponentielles;
    - résoudre des problèmes tirés de différentes applications de croissance et de décroissance exponentielles.
  - Communication
    - définir la fonction réciproque, le domaine et l'image;
    - définir les variables utilisées dans la résolution de problèmes;
    - communiquer les étapes de son raisonnement en les justifiant;
    - décrire l'effet de la variation des paramètres *a, b* et *c* de l'équation $y = ca^x + b$.
  - Mise en application
    - bien appliquer les formules de croissance et de décroissance en résolvant un problème;
    - calculer la valeur de x selon celle de $f(g(x))$ et les fonctions f et g;
    - appliquer correctement les formules de croissance et de décroissance exponentielles dans des situations données.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l’élève d’effectuer une recherche portant sur les différentes applications des croissances et des décroissances exponentielles dans différents domaines (p. ex., comptabilité, médecine, sciences).

Annexes

(espace réservé à l’enseignant ou à l’enseignante pour l’ajout de ses propres annexes)

Fonctions réciproques et fonctions logarithmiques

Description

Durée : 180 minutes

Dans cette activité, l'élève associe la fonction logarithmique à sa réciproque et en compare les caractéristiques. Elle ou il exprime d'abord des équations logarithmiques sous forme d'équations exponentielles et vice-versa, puis simplifie et évalue des expressions logarithmiques. De plus, l'élève résout des problèmes simples qui portent sur les fonctions logarithmiques.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attente : MCB4U-E-A.4

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Déf.1 - 2 - 3 - 5

Notes de planification

- Préparer une série de fonctions pour lesquelles l'élève doit trouver la fonction réciproque.
- Préparer des exercices d'application qui portent sur les fonctions exponentielles et logarithmiques.
- Préparer la résolution de problèmes simples traitant des échelles logarithmiques (p. ex., l'échelle de Richter, l'échelle du pH, l'échelle décibel).

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Demander à l'élève de résoudre les équations suivantes : $3^x = 27, 16^x = 4^5$, $2^x = 18$ et $4^{2x} = 50$.
- Animer une mise en commun dans le but de vérifier les résultats de l'élève et lui faire remarquer que la résolution de certaines équations exponentielles n'est pas toujours évidente avec les méthodes que l'on connaît. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Fonctions réciproques

- Remettre à l'élève une série de fonctions (p. ex., $f(x) = 2x - 3$, $g(x) = x^2 + 2$, $h(x) = \sqrt{x}$, $j(x) = 2^x$) et lui demander d'en déterminer la fonction réciproque.
- Animer une mise en commun afin de vérifier les réponses de l'élève et de lui faire prendre conscience qu'on ne peut trouver toutes les réciproques avec les notions apprises jusqu'à présent. **(EF)**
- Présenter à l'élève le concept de fonction logarithmique et lui faire remarquer l'équivalence de la forme exponentielle et de la forme logarithmique d'une fonction réciproque (p. ex., pour $y = a^x$, la réciproque est $x = a^y$ ou $y = \log_a x$).
- Présenter à l'élève une fonction exponentielle et lui demander de remplir un tableau de valeurs et de tracer la représentation graphique de la fonction de même que celle de sa réciproque.
- Faire écrire la fonction donnée sous la forme logarithmique.

Fonctions logarithmiques

- Demander à l'élève de relever les caractéristiques de la fonction logarithmique et de les comparer avec celles de la fonction exponentielle (p. ex., asymptotes, domaine > 0).
- Présenter quelques équations exponentielles et demander à l'élève de les exprimer sous forme d'équations logarithmiques et vice-versa.
- Présenter à l'élève, à l'aide d'exemples, les différentes façons de simplifier des expressions logarithmiques et de les évaluer (p. ex., $\log_2 8$, $\log_2 32 + \log_2 \frac{1}{16}$).
- Présenter à l'élève des expressions logarithmiques et lui demander de les simplifier et de les évaluer.
- Demander à quelques élèves de présenter leurs solutions au tableau. **(EF)**
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur la forme exponentielle et la forme logarithmique.
- Corriger le devoir au tableau. **(EF)**
- Présenter à l'élève, à titre d'exemples, quelques problèmes qui font appel à des échelles logarithmiques (p. ex., l'échelle de Richter, l'échelle du pH, l'échelle du décibel) et lui en assigner en devoirs. **(AM)**
- Corriger en invitant l'élève à écrire sa solution au tableau et à l'expliquer au groupe-classe. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 2.5.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Inviter l'élève à faire une recherche portant sur l'origine des échelles logarithmiques. **(T)**

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 2.5 (MCB4U)

Résolution d'équations exponentielles et logarithmiques

Description

Durée : 300 minutes

Dans cette activité, l'élève résout des équations exponentielles et logarithmiques à l'aide des lois des logarithmes ainsi que des problèmes simples qui portent sur les échelles logarithmiques.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Étude de fonctions

Attente : MCB4U-E-A.4

Contenus d'apprentissage : MCB4U-E-Déf.4 - 5

Notes de planification

- Préparer un devoir qui porte sur les lois des logarithmes.
- Préparer un transparent du corrigé des problèmes qui portent sur les échelles logarithmiques.
- Préparer un tableau destiné à la partie des lois des logarithmes.
- Préparer des exercices de révision liés aux activités 2.4 et 2.5.
- Préparer un corrigé des exercices de révision des activités 2.4 et 2.5.
- Préparer une tâche d'évaluation sommative.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève, au tableau, la situation ci-dessous (cette situation a été étudiée dans l'activité 2.3, mais elle a été modifiée puisqu'on cherche maintenant à déterminer un montant final différent) :
  - Tu déposes 2 000 $ dans un placement dont le rendement annuel est de 6 %, composé annuellement. La valeur finale est calculée avec la formule $VF = C(1+i)^n$, où C représente le capital investi, i, le taux d'intérêt par période et n, le nombre de périodes d'investissement. Combien faudra-t-il d'années pour que le montant initial triple, quadruple et quintuple? **(AM)**
- Former des équipes de deux ou de trois et laisser l'élève résoudre le problème à l'aide d'un tableur. **(T)**
- Animer une mise en commun afin de connaître les réponses de l'élève. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Lois des logarithmes

- Demander à l'élève d'évaluer les expressions suivantes : $\log_2 32$, $\log_3 9$, $\log_{10} 100$, $\frac{3}{4}\log_3 3$ et de vérifier ses réponses avec celles de ses pairs. **(EF)**
- Présenter à l'élève des expressions telles que $\log_2 4 + \log_2 8$, $\log_3 243 - \log_3 27$, $\log_{10} 4 + \log_{10} 25$, $\log_2 320 - \log_2 10$, $\log_3 \sqrt[4]{27}$, et lui demander de tenter de les résoudre et de comparer ses résultats à ceux de l'exercice précédent.
- Demander à l'élève si elle ou il remarque un lien entre les expressions du premier et du deuxième exercice, et l'inviter à tirer des conclusions.
- Fournir d'autres exemples, au besoin.
- Présenter au tableau les lois des logarithmes : la loi du produit, la loi du quotient, la loi de la puissance et la loi de la racine.
- Demander à l'élève d'évaluer des expressions où il s'agit d'appliquer une des lois.
- Inviter quelques élèves à écrire leurs solutions au tableau. **(EF)**
- Présenter à l'élève la touche *log* sur la calculatrice et lui faire évaluer quelques expressions.
- Remettre à l'élève un tableau comme celui ci-dessous et lui demander de le remplir.

expression	réponse	expression	réponse
$\log_2 8$		$\dfrac{\log_{10} 8}{\log_{10} 2}$	
$\log_3 243$		$\dfrac{\log_{10} 243}{\log_{10} 3}$	
$\log_7 57$		$\dfrac{\log_{10} 57}{\log_{10} 7}$	

- Vérifier oralement les réponses de l'élève. **(EF)**
- Faire généraliser le travail afin d'amener l'élève à trouver la formule d'un changement de base.
- Assigner un devoir qui porte sur l'évaluation d'expressions logarithmiques.
- Inviter l'élève à corriger ce devoir avec l'aide de ses pairs. **(EF)**

Résolution d'équations exponentielles et logarithmiques

- Revoir, à l'aide d'exemples au tableau, la résolution d'équations exponentielles.
- Montrer à l'élève la méthode à suivre pour résoudre des équations exponentielles à l'aide des logarithmes (p. ex., $4^{5x} = 60$ et $5^{2x} = 3^{x+1}$).
- Former des équipes de trois, donner à l'élève quelques autres exemples et lui demander de présenter ses résultats aux membres de son équipe. **(EF)**
- Assigner un travail qui comprend la résolution d'équations exponentielles à l'aide des logarithmes.
- Corriger le travail au tableau. **(EF)**

- Reprendre le problème présenté dans la mise en situation et montrer la façon dont on peut le résoudre plus rapidement à l'aide des logarithmes.
- Présenter à l'élève des équations logarithmiques qui doivent être résolues à l'aide des lois des logarithmes (p. ex., $4\log_9 x = \log_9 625$, $\log_5(x+2) + \log_5(x-1) = 3$) et lui demander de les résoudre.
- Animer une mise en commun afin de vérifier les résultats de l'élève et présenter les solutions au tableau. **(EF)**
- Assigner des problèmes semblables en devoir.
- Corriger au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**

Problèmes d'application
- Présenter à l'élève la résolution d'un problème d'application qui a trait aux échelles logarithmiques (p. ex., l'échelle de Richter, l'échelle du pH, l'échelle du décibel) et lui demander de résoudre un problème semblable. **(AM)**
- Encourager l'élève à communiquer oralement ou par écrit les étapes de son raisonnement.
- Demander à quelques élèves de présenter leur solution au tableau et de l'expliquer. **(EF)**
- Assigner une variété de problèmes à résoudre qui font appel aux différentes échelles logarithmiques.
- Corriger les problèmes au moyen d'un transparent et d'un rétroprojecteur. **(EF)**

Revue des activités 2.4 et 2.5
- Assigner à l'élève des exercices de révision qui portent sur les concepts présentés aux activités 2.4 et 2.5.
- Demander à l'élève de les corriger à l'aide d'un corrigé préparé à cet effet. **(EF)**
- Inviter l'élève à discuter avec l'enseignant ou l'enseignante des concepts acquis et de ceux qui ne le sont pas afin d'établir la démarche à suivre pour les maîtriser. **(O)**
- Faire passer une tâche d'évaluation sommative qui porte sur les activités 2.4 et 2.5. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions liées aux fonctions réciproques, aux fonctions logarithmiques et à la résolution d'équations exponentielles et logarithmiques à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :
  - Connaissance et compréhension
    - exprimer des équations logarithmiques sous forme d'équations exponentielles et vice-versa;
    - simplifier et évaluer des expressions logarithmiques.
  - Réflexion, recherche et résolution de problèmes
    - établir le lien entre les différentes représentations des fonctions exponentielles et logarithmiques.

  - Communication
    - expliquer les étapes à suivre pour trouver la fonction réciproque d'une fonction exponentielle;
    - communiquer les étapes de son raisonnement dans la résolution de problèmes;
    - justifier sa conclusion en fonction de la solution d'un problème écrit;
    - utiliser les symboles et le langage mathématique appropriés.
  - Mise en application

- résoudre des problèmes simples qui font appel aux échelles logarithmiques;
- résoudre des équations exponentielles et logarithmiques à l'aide des lois des logarithmes.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Présenter à l'élève des expressions logarithmiques complexes et expliquer la méthode à suivre pour les écrire sous forme d'un seul logarithme et vice-versa.
- Faire étudier divers graphiques de logarithmes.
- Faire déterminer les points d'intersection entre les courbes des fonctions logarithmiques.

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

Annexe MCB4U 2.5.1 *:* Grille d'évaluation adaptée - Fonctions exponentielles et logarithmiques

Annexe MCB4U 2.5.1

Grille d'évaluation adaptée - Fonctions exponentielles et logarithmiques

Type d'évaluation : *diagnostique 9 formative 9 sommative :*

Compétences et critères	***50 - 59 % Niveau 1***	***60 - 69 % Niveau 2***	***70 - 79 % Niveau 3***	***80 - 100 % Niveau 4***
Connaissance et compréhension				
L'élève - exprime des équations logarithmiques sous forme d'équations exponentielles et vice-versa. - simplifie et évalue des expressions logarithmiques.	L'élève démontre une **compréhension limitée** des concepts et exécute **uniquement** des algorithmes **simples par écrit et à l'aide d'un outil technologique**.	L'élève démontre une **compréhension partielle** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec une certaine exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension générale** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension approfondie** des concepts et choisit l'algorithme **le plus efficace** et l'exécute **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.
Réflexion, recherche et résolution de problèmes				
L'élève - établit un lien entre les différentes représentations des fonctions exponentielles et logarithmiques.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une efficacité limitée**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **d'une certaine complexité**, avance des raisonnements **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une certaine efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **d'une certaine complexité** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une grande efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **complexes** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une très grande efficacité et pose des questions susceptibles d'élargir la réflexion**.

Communication				
L’élève - explique les étapes pour trouver la réciproque d’une fonction exponentielle. - communique les étapes de son raisonnement dans la résolution de problèmes. - justifie sa conclusion en partant de la solution d’un problème. - utilise les symboles et le langage mathématique appropriés.	L’élève utilise **rarement** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec peu de clarté** et en donnant des explications **limitées**.	L’élève utilise **parfois** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une certaine clarté** et en donnant **certaines** explications.	L’élève utilise **souvent** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une grande clarté** et en donnant des explications **substantielles**.	L’élève utilise **toujours ou presque toujours** la langue et les symboles mathématiques **avec une grande efficacité**, et communique des raisonnements **avec une très grande clarté et concision** et en donnant des explications **complètes**.
Mise en application				
L’élève - résout des problèmes simples ayant trait aux échelles logarithmiques. - résout des équations exponentielles et logarithmiques à l’aide des lois des logarithmes.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **simples dans des contextes familiers**.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **d’une certaine complexité dans des contextes familiers**.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers**, et reconnaît les principaux concepts et procédés mathématiques portant sur l’application **à des contextes peu familiers**.	L’élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers et peu familiers**.
Remarque : L’élève dont le rendement est en deçà du niveau 1 (moins de 50 %) n’a pas satisfait aux attentes pour cette tâche.				

APERÇU GLOBAL DE L'UNITÉ 3 (MCB4U)

Taux de variation, limites et concept de la dérivée

Description **Durée :** 22 heures

Cette unité porte sur la définition de base d'une dérivée ainsi que sur son aspect graphique. L'élève étudie d'abord des taux de variation en s'inspirant de différentes représentations de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et des sciences sociales, puis établit un lien entre les taux de variation et les pentes des sécantes et des tangentes. De plus, elle ou il explore les limites de différentes fonctions.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes, Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-T-A.1 - 2
MCB4U-C-A.1 - 4

Contenus d'apprentissage : MCB4U-T-Taux.1 - 2 - 3 - 4 - 5
MCB4U-T-Asp.1 - 2 - 3 - 4
MCB4U-C-Déf.1 - 2 - 3 - 4 - 5
MCB4U-C-App.1

Titres des activités **Durée**

Activité 3.1 : Pentes de sécantes et de tangentes	180 minutes
Activité 3.2 : Taux de variation	300 minutes
Activité 3.3 : Limites et continuité	300 minutes
Activité 3.4 : Définition de base d'une dérivée	360 minutes
Activité 3.5 : Tâche d'évaluation sommative - Taux de variation, limites et concept de la dérivée	180 minutes

Liens

L'enseignant ou l'enseignante prévoit l'établissement de liens entre le contenu du cours et l'animation culturelle (**AC**), la technologie (**T**), les perspectives d'emploi (**PE**) et les autres matières (**AM**) au moment de sa planification des stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Des suggestions pratiques sont intégrées dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves

L’enseignant ou l’enseignante doit planifier des mesures d’adaptation pour répondre aux besoins des élèves en difficulté et de celles et ceux qui suivent un cours d’ALF/PDF ainsi que des activités de renforcement et d’enrichissement pour tous les élèves. L’enseignant ou l’enseignante trouvera plusieurs suggestions pratiques dans *La boîte à outils*, p. 11-21.

Évaluation du rendement de l’élève

L’évaluation fait partie intégrante de la dynamique pédagogique. L’enseignant ou l’enseignante doit donc planifier et élaborer en même temps les activités d’apprentissage et les étapes de l’évaluation en fonction des quatre compétences de base. Des exemples des différents types d’évaluation tels que l’évaluation diagnostique (**ED**), l’évaluation formative (**EF**) et l’évaluation sommative (**ES**) sont suggérés dans la section **Déroulement de l’activité** des activités de cette unité.

Sécurité

L’enseignant ou l’enseignante veille au respect des règles de sécurité du Ministère et du conseil scolaire.

ACTIVITÉ 3.1 (MCB4U)

Pentes de sécantes et de tangentes

Description

Durée : 180 minutes

Dans cette activité, l'élève montre que la pente d'une sécante correspond à un taux moyen de variation et que la pente d'une tangente correspond à un taux instantané de variation. Les connaissances acquises sont utilisées dans la résolution de problèmes.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes, Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-T-A.2
MCB4U-C-A.4

Contenus d'apprentissage : MCB4U-T-Asp.1
MCB4U-C-App.1

Notes de planification

- Préparer un transparent qui présente le problème de la mise en situation.
- Préparer une variété d'exercices qui portent sur les pentes de sécantes et de tangentes.
- Préparer des exercices de résolution de problèmes (p. ex., vitesse moyenne ou instantanée).

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter, à l'aide d'un transparent, un problème semblable à celui-ci :
  - Tu pars de Welland pour te rendre à Toronto. À quelle vitesse moyenne voyages-tu?
- Inviter l'élève à échanger son opinion. **(ED)**
- Présenter la situation de façon plus détaillée, comme:
  - de 8 h 00 à 8 h 15, tu parcours 10 km;
  - de 8 h 15 à 8 h 30, tu parcours 20 km;
  - de 8 h 30 à 9 h 10, tu parcours 70 km;
  - de 9 h 10 à 9 h 30, tu parcours 30 km;
  - de 9 h 30 à 9 h 40, tu parcours 10 km.
- Rappeler à l'élève la démarche pour déterminer une vitesse moyenne.
- Demander à l'élève de déterminer la vitesse moyenne selon des intervalles de temps.

- Animer une mise en commun dans le but de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et lui demander de les comparer à son opinion émise au début de la mise en situation. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

- Revoir avec l'élève la formule de la pente.
- Demander à l'élève de trouver la pente de l'équation d'une droite en partant de deux points, et de tracer la droite correspondante. **(ED)**
- Expliquer d'abord à l'élève la différence entre une sécante et une tangente, puis l'illustrer graphiquement.
- Faire tracer la parabole définie par $y = x^2$ et demander à l'élève de tracer approximativement une tangente qui passe par le point (2, 4).
- Inviter l'élève à tenter de déterminer l'équation de cette tangente.
- Discuter avec l'élève des facteurs qui l'empêchent de trouver cette équation.
- Faire choisir, à droite du point donné, soit (2, 4), un deuxième point sur la courbe, faire déterminer la pente du segment formé par ces deux points et faire tracer la sécante.
- Faire choisir un autre point sur la courbe, plus près du point donné que celui utilisé à l'étape précédente, et demander à l'élève de calculer la pente de cette sécante.
- Demander à l'élève de répéter cette étape jusqu'à ce que la sécante devienne presqu'une tangente.
- Inviter l'élève à répéter le processus en choisissant des points situés à gauche du point (2, 4).
- Discuter avec l'élève des résultats obtenus. **(EF)**
- Faire remarquer à l'élève que la pente de la sécante *PQ* est égale à $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ et que la pente de la tangente au point *P* est égale à $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ lorsque Δx tend vers zéro.
- Faire remarquer à l'élève que, dans l'exemple utilisé, la pente de la sécante est donnée par $m = \frac{y-4}{x-2}$ ou $m = \frac{x^2-4}{x-2}$ et que la pente de la tangente à $x = 2$ est égale à 4.
- Demander à l'élève de trouver l'équation de la tangente.
- Faire tracer la tangente afin de permettre à l'élève de vérifier son résultat. **(EF)**
- Expliquer à l'élève que la pente de la sécante représente le taux moyen de variation de la fonction et que la pente de la tangente représente le taux instantané de variation de la fonction.
- Présenter, au tableau, un problème de déplacement et demander à l'élève de trouver des vitesses moyennes en se basant sur certains intervalles et la vitesse instantanée selon un temps précis.
- Inviter l'élève à corriger ses réponses avec l'aide des pairs et à interpréter ses résultats. **(EF)**
- Fournir une variété d'exercices de résolution de problèmes qui portent sur les pentes de sécantes et de tangentes (p. ex., changement de volume d'un ballon, déplacement).
- Corriger les exercices au tableau. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la tâche d'évaluation à l'activité 3.5.

Activités complémentaires/Réinvestissement

Fournir un tableau de valeurs à l'élève et lui faire estimer la pente de la tangente selon un point donné.

Annexes
(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 3.2 (MCB4U)

Taux de variation

Description **Durée :** 300 minutes

Dans cette activité, l'élève calcule et interprète des taux moyens et instantanés de variation en s'inspirant de différentes représentations. Elle ou il applique ces concepts dans différents domaines et en tire des conclusions.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes

Attente : MCB4U-T-A.1

Contenus d'apprentissage : MCB4U-T-Taux.1 - 2 - 3 - 4 - 5

Notes de planification

- Préparer pour la mise en situation ci-dessous le transparent d'un tableau de valeurs qui représente les températures d'un jour d'hiver et la fonction correspondante.
- Préparer le transparent de la solution à un problème où il faut estimer le taux instantané de variation en se basant sur les taux moyens de variation.
- Préparer divers problèmes d'application qui portent sur les sciences sociales et les sciences naturelles et dans lesquels il y a une variation de la représentation des fonctions.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter, à l'aide d'un transparent, un tableau de valeurs qui représente les températures d'un jour d'hiver et la fonction correspondante (p. ex., $T(h) = -0{,}1h^2 + 3h - 25$, où T représente la température en ºC et h, le nombre d'heures à partir de minuit, tel que $0 \le h \le 24$).
- Faire déterminer le taux moyen de variation de la température entre 9 h et 15 h ainsi qu'entre 11 h et 13 h.
- Demander à l'élève de déterminer le taux de changement à midi.
- Animer une mise en commun afin de connaître les différentes stratégies utilisées. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Applications dans le domaine des sciences naturelles

- Reprendre, avec l'élève, le problème présenté dans la mise en situation afin de lier la première partie au taux moyen de variation et de lier le taux de changement à midi au taux instantané de variation.
- Faire remarquer l'importance de la signification des unités dans un taux moyen de variation et dans un taux instantané de variation.
- Inviter l'élève à tracer le graphique de la fonction, des sécantes et de la tangente, et à comparer le taux moyen de variation à la pente d'une sécante et le taux instantané de variation à la pente de la tangente.
- Présenter un deuxième problème à l'élève, qui touche aux sciences naturelles (p. ex., vitesse, accélération, croissance d'une population de bactéries), en lui fournissant seulement le tableau de valeurs, lui demander de déterminer le taux moyen de variation selon certains intervalles donnés et l'inviter à formuler, en se basant sur les résultats obtenus, une hypothèse au sujet du taux instantané de variation. **(AM)**
- Faire esquisser le graphique afin de permettre à l'élève d'estimer le taux instantané de variation à un moment précis en se basant sur les taux moyens de variation.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats. **(EF)**
- Présenter le transparent de la solution à l'élève et lui demander d'en tirer des conclusions et de les comparer avec son hypothèse. **(EF)**

Applications dans le domaine des sciences sociales
- Présenter un troisième problème, sous forme de graphique seulement, qui touche au domaine des sciences sociales (p. ex., problèmes de production, de coûts, de profits), et demander
  à l'élève de déterminer le taux moyen de variation dans certains intervalles donnés. **(AM)**
- Faire estimer le taux instantané de variation selon un moment précis.
- Animer une mise en commun afin que l'élève puisse expliquer et interpréter la différence entre les taux moyens de variation et le taux instantané de variation, et en tirer des conclusions. **(EF)**
- Préciser la solution, au besoin.
- Assigner à l'élève un travail d'application qui touche aux domaines des sciences naturelles et des sciences sociales et dans lequel il y a une variation de la représentation des fonctions. **(AM)**
- Faire la correction du travail assigné en invitant l'élève à écrire sa solution au tableau et à l'expliquer. **(EF)**
- Inviter l'élève à dresser, dans son cahier, une liste des concepts acquis dans les activités 3.1 et 3.2, et à indiquer ceux qui ne sont pas maîtrisés ainsi que les démarches à suivre pour parvenir à les maîtriser. **(O)**

Évaluation sommative

- Voir la tâche de l'évaluation sommative à l'activité 3.5.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Faire effectuer une recherche dans le but d'obtenir des données dans divers domaines, qui pourraient servir à déterminer des taux de variation (p. ex., accroissement d'une population selon une année donnée). **(AM) (T)**

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 3.3 (MCB4U)

Limites et continuité

Description **Durée :** 300 minutes

Dans cette activité, l'élève détermine les limites de fonctions polynômes et rationnelles, et en associe certaines à des aspects particuliers de la représentation graphique. De plus, elle ou il donne des exemples de fonctions discontinues et indique les types de discontinuité.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concepts de la dérivée

Attente : MCB4U-C-A.1

Contenus d'apprentissage : MCB4U-C-Déf.1 - 2 - 3

Notes de planification

- Préparer le transparent du graphique d'une fonction discontinue afin de permettre à l'élève d'en déterminer les limites.
- Préparer des exercices qui portent sur les limites, les fonctions continues et les fonctions discontinues.
- Préparer une variété d'exemples afin de montrer la démarche à suivre pour déterminer la limite d'une fonction rationnelle (p. ex., mise en facteurs, rationalisation).
- Se procurer un transparent pour chaque élève.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève une fonction discontinue telle que $f(x) = \dfrac{x^2 - 25}{x - 5}$ et lui demander d'en tracer sa représentation graphique.
- Animer une mise en commun des résultats. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Limites

- Faire entrer, dans la calculatrice à capacité graphique, l'expression donnée lors de la mise en situation.
- Faire ajuster les paramètres sous la touche TBLSET de façon à pouvoir visualiser le tableau de valeurs dans le voisinage de $x = 5$.
- Faire réajuster les intervalles afin de les diminuer (p. ex., passer d'abord d'un intervalle de 1 à un intervalle de 0,1, puis à un intervalle de 0,01, et ainsi de suite).
- Animer une mise en commun des valeurs de y obtenues lorsque x tend vers cinq. **(EF)**
- Répéter en utilisant des expressions telles que $\frac{x^2+4x-21}{x-3}$ et $\frac{x^3+6x^2+5x-12}{x^2+2x-3}$.
- Présenter et expliquer la représentation d'une limite telle que $\lim\limits_{x \to 5} \frac{x^2-25}{x-5} = 10$.
- Faire écrire les limites des autres expressions présentées ci-dessus et corriger oralement ou au tableau. **(EF)**
- Expliquer à l'élève la limite droite et la limite gauche, et établir le lien avec le tableau de valeurs.
- Faire remarquer à l'élève que la limite existe seulement lorsque la limite droite égale la limite gauche.
- Faire remarquer la distinction entre $f(5)$ et la limite lorsque x tend vers cinq.
- Présenter à l'élève le graphique d'une fonction linéaire discontinue et lui demander d'en déterminer une équation possible.
- Corriger oralement. **(EF)**
- Présenter à l'élève une fonction où, en un point donné sur la courbe, la limite droite n'égale pas la limite gauche (p.ex., $y = \frac{1}{x}$), et lui demander d'utiliser la calculatrice à capacité graphique pour déterminer si la limite en ce point existe.
- Animer une discussion portant sur l'existence des limites.
- Permettre à l'élève d'explorer d'autres fonctions telles que celle définie par l'équation $y = \frac{x^2-25}{x-3}$.
- Assigner à l'élève une variété d'exercices qui portent sur les limites.
- Corriger les exercices au tableau en invitant l'élève à y écrire sa réponse et à l'expliquer. **(EF)**

Calcul de limites

- Faire calculer des limites de fonctions polynômes en soulignant l'importance de la forme et de la présentation.
- Demander à l'élève de montrer, à l'aide d'un exemple, quelques propriétés des limites telles que la limite d'une constante et limite d'une la somme.
- Présenter, au tableau, les autres propriétés des limites.
- Montrer, en donnant l'exemple de la mise en situation, que l'on obtient la forme indéterminée $\frac{0}{0}$ lorsque x prend la valeur de cinq dans l'équation de la fonction donnée.
- Expliquer à l'élève que la simplification de l'équation de la fonction est possible puisque x «tend» vers cinq, mais ne l'égale pas.

- Montrer la façon de déterminer la limite en simplifiant l'équation de la fonction en factorisant d'abord le numérateur.
- Montrer à l'élève, à l'aide d'une variété d'exemples, la façon de déterminer la limite de fonctions rationnelles (p. ex., mise en facteurs, rationalisation) et exponentielles.
- Faire remarquer l'importance de vérifier si la fonction donne la forme indéterminée en remplaçant, avant de la simplifier, la variable dans l'équation de la fonction par la valeur vers laquelle elle tend.
- Assigner à l'élève une variété d'exercices qui portent sur les limites et qui nécessitent parfois que l'on simplifie la fonction.
- Résoudre quelques problèmes au tableau, au besoin. **(EF)**

Continuité
- Donner à l'élève la définition d'une fonction continue.
- Présenter à l'élève les trois conditions pour qu'une fonction soit continue en $x = a$.
- Donner, pour chacune des trois conditions, un exemple qui illustre la discontinuité.
- Présenter à l'élève diverses représentations de fonctions, lui demander s'il y a des discontinuités et l'inviter à justifier sa réponse.
- Animer une mise en commun afin de connaître les réponses et les justifications de l'élève. **(EF)**
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur les fonctions continues et les fonctions discontinues.
- Former des équipes de deux ou de trois pour permettre à l'élève de corriger le devoir en comparant ses résultats à ceux des autres. **(EF)**
- Présenter à l'élève des situations de la vie quotidienne qui peuvent être représentées sous forme de fonctions continues ou discontinues et lui demander d'en discuter en équipe de deux ou de trois afin d'abord de tirer une conclusion, puis de l'échanger sous forme d'arguments ou d'illustrations (p. ex., coût d'un appel interurbain, coût d'un envoi postal).
- Fournir à chaque élève un transparent à l'aide duquel elle ou il doit présenter au groupe-classe une situation concrète qui représente une fonction discontinue. **(EF)**
- Demander au groupe-classe d'indiquer s'il s'agit ou non d'une fonction discontinue et de justifier sa réponse. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la tâche de l'évaluation sommative à l'activité 3.5.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève de déterminer la ou les valeur(s) de k si la fonction est continue en utilisant des fonctions telles que $f(x) = \begin{cases} x + k \text{ si } x < 2 \\ kx^2 + 1 \text{ si } x \geq 2 \end{cases}$.
- Demander à l'élève de tracer le graphique d'une fonction ayant des valeurs absolues et lui demander d'indiquer la ou les valeurs(s) de x si la fonction est discontinue en utilisant des fonctions telles que $f(x) = \begin{cases} (x+4)^2 \text{ si } x < -2 \\ 2 - |\mathrm{x}| \text{ si } |x| \leq 2 \\ |x| - 2 \text{ si } 2 < x \leq 3 \\ (x-4)^2 \text{ si } x > 3 \end{cases}$.
- Demander à l'élève de déterminer si une fonction est continue ou discontinue à la suite d'une opération sur deux fonctions (p. ex., La somme de deux fonctions continues donne-t-elle toujours une fonction continue? La somme d'une fonction discontinue et d'une fonction continue donne-t-elle toujours une fonction discontinue?).

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 3.4 (MCB4U)

Définition de base d'une dérivée

Description **Durée :** 360 minutes

Dans cette activité, l'élève détermine la dérivée de fonctions polynômes et rationnelles simples en s'inspirant de la définition de base qui montre que la dérivée d'une fonction en un point est le taux instantané de variation ou la pente de la tangente en ce point. De plus, elle ou il indique les valeurs pour lesquelles une fonction n'est pas dérivable et applique ses connaissances dans la résolution de problèmes.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes, Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-T-A.1 - 2
MCB4U-C-A.1 - 4

Contenus d'apprentissage : MCB4U-T-Taux.2 - 3
MCB4U-T-Asp.2 - 3 - 4
MCB4U-C-Déf.4 - 5
MCB4U-C-App.1

Notes de planification

- Préparer une variété de graphiques et de fonctions qui ne sont pas dérivables en certains points.
- Préparer des exercices de résolution de problèmes qui portent sur la dérivée.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève la situation suivante :
  - Tu laisses tomber une balle au sol du haut d'une tour de 400 m. Quelle sera la vitesse de la balle après deux secondes si sa hauteur est donnée par l'équation

    $s(t) = 400 - 4{,}9t^2$, où t représente le temps mesuré en secondes et $s(t)$, la hauteur de la balle en mètres? Comment t'y prendrais-tu pour mesurer cette vitesse? **(AM)**

- Inviter l'élève, en équipe de deux, à tenter de résoudre le problème.
- Animer une mise en commun des stratégies utilisées et des résultats obtenus. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Définition de base d'une dérivée

- Reprendre avec l'élève le problème présenté dans la mise en situation afin de lui faire découvrir, en prenant divers intervalles, que la vitesse moyenne est donnée par la pente de la sécante ($m = \frac{s(t) - s(2)}{t - 2}$).
- Inviter l'élève à choisir divers intervalles dans le voisinage de 2 afin de déterminer la vitesse instantanée ou la pente de la tangente à $t = 2$.
- Faire remarquer à l'élève que la pente de la tangente à $t = 2$ est égale à $\lim\limits_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$, ce qui est égal à $\lim\limits_{t \to 2} \frac{s(t) - s(2)}{t - 2}$.
- Demander à l'élève de représenter graphiquement la tangente à la courbe de $s(t)$ à $t = 2$ et d'expliquer la signification de la vitesse négative.
- Reprendre le problème en choisissant deux points (p. ex., $P(2, s(2))$ et $Q(2 + h, s(2 + h))$) et l'illustrer graphiquement.
- Demander à l'élève d'indiquer ce que l'on obtiendrait si on prenait des valeurs de h tendant vers zéro.
- Demander à l'élève d'indiquer ce que l'on obtiendrait si $h = 0$.
- Faire remarquer que, si la valeur de h approche la valeur de zéro, la pente de la sécante s'approche de la valeur de la pente de la tangente.
- Établir le lien avec la formule $m = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$.
- Présenter à l'élève le concept de la dérivée et l'associer à la pente de la tangente :

  ($f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$) et $f'(a) = \lim\limits_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.
- Présenter quelques exemples de fonctions du second degré afin de déterminer la pente de la tangente en se basant sur la définition de base.
- Faire remarquer l'importance d'utiliser de façon appropriée le langage et les symboles mathématiques.
- Assigner à l'élève un exercice qui nécessite de déterminer l'expression de la pente de la tangente en partant de la définition de base, et l'inviter à en formuler l'équation.
- Inviter l'élève à vérifier ses résultats à l'aide de la calculatrice à capacité graphique en lui demandant de déterminer les coordonnées du point d'intersection entre la tangente et la courbe. **(EF)**
- Montrer à l'élève la façon d'utiliser la calculatrice à capacité graphique ou le logiciel de géométrie pour déterminer la pente d'une tangente à une courbe à un point spécifique. **(T)**
- Présenter à l'élève quelques exemples en utilisant des fonctions polynômes et des fonctions rationnelles simples.
- Assigner un travail qui fait appel à la dérivée en partant de la définition de base de celle-ci.
- Corriger le travail au tableau. **(EF)**

Fonctions non dérivables

- Demander à l'élève d'énumérer les trois conditions de continuité. **(ED)**

- Présenter graphiquement à l'élève la fonction $y = \frac{1}{x}$, lui demander si cette fonction est continue en tous points et l'inviter à la vérifier en $x = 0$.
- Demander à l'élève d'utiliser la définition de base de la dérivée et de déterminer la limite lorsque $h \to 0^+$ et $h \to 0^-$.
- Demander à l'élève d'expliquer les raisons pour lesquelles la fonction n'est pas dérivable en ce point.
- Demander à l'élève d'utiliser le domaine de la fonction et de sa dérivée afin de lui faire déterminer les valeurs de x pour lesquelles la fonction est dérivable.
- Reprendre les trois étapes précédentes avec la fonction $y = |x|$.
- Reprendre les mêmes étapes avec la fonction $y = x^2$.
- Demander à l'élève de déterminer la pente de la tangente lorsque $x = 0$.
- Demander à l'élève de spécifier quand fonction continue n'est pas dérivable.
- Présenter la définition d'une fonction dérivable.
- Présenter à l'élève une variété de graphiques et lui demander d'indiquer la ou les valeur(s) des fonctions qui ne sont pas dérivables.
- Présenter à l'élève une variété de fonctions et lui demander d'indiquer, sans tracer le graphique, les valeurs de x pour lesquelles la fonction n'est pas dérivable pour toutes les valeurs de x. (p. ex., $y = \frac{x}{x+3}$, $f(x) = \begin{cases} (x+1) \text{ si } x < -1 \\ x \text{ si } -1 \leq x \leq 1 \\ 2x - x^2 \text{ si } x > 1 \end{cases}$).
- Corriger en demandant à l'élève de vérifier ses réponses à l'aide de la calculatrice à capacité graphique. **(EF)**
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur les fonctions non dérivables pour toutes les valeurs de x.
- Corriger le devoir oralement. **(EF)**

Problèmes d'application
- Présenter à l'élève des problèmes tels que déterminer le ou les points d'intention d'une tangente et d'une courbe donnée lorsque l'équation de la tangente est connue ou lorsque l'équation d'une droite parallèle ou perpendiculaire à la tangente est donnée, et les résoudre en groupe-classe.
- Demander à l'élève de résoudre, en équipe de deux ou de trois, quelques problèmes semblables.
- Corriger les problèmes au tableau. **(EF)**

- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur des problèmes d'application, y compris des problèmes qui touchent les sciences naturelles et les sciences sociales.
- Corriger le devoir au tableau. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la tâche de l'évaluation sommative de l'activité 3.5.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Présenter à l'élève des équations rationnelles qui nécessitent la rationalisation du numérateur ou du dénominateur afin de déterminer la pente de la tangente ou la dérivée (p. ex., $y = \sqrt{x}$).

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 3.5 (MCB4U)

Tâche d'évaluation sommative - Taux de variation, limites et concept de la dérivée

Description **Durée :** 180 minutes

Dans cette tâche d'évaluation sommative, l'élève calcule et interprète des taux moyens et instantanés de variation en se basant sur diverses représentations de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles. Elle ou il détermine la dérivée et la pente de la tangente de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles simples, et indique les valeurs pour lesquelles une fonction n'est pas dérivable ainsi que les valeurs pour lesquelles une fonction est discontinue. De plus, l'élève détermine la valeur de la limite de certaines fonctions.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes, Concepts de la dérivée

Attentes : MCB4U-T-A.1 - 2
MCB4U-C-A.1 - 4

Contenus d'apprentissage : MCB4U-T-Taux.2 - 3 - 4
MCB4U-T-Asp.4
MCB4U-C-Déf. 1 - 3 - 4 - 5
MCB4U-C-App.1

Notes de planification

- Préparer un exercice de révision des concepts présentés au cours des activités de l'unité 3.

Déroulement

- Effectuer avec l'élève un bref retour, à l'aide d'un exercice de révision, sur les activités de l'unité 3 (60 minutes).
- Présenter à l'élève la tâche d'évaluation sommative, intitulée *Taux de variation, limites et concept de la dérivée*, qui porte sur l'unité 3 et qui se fait à l'aide d'un test papier-crayon (120 minutes). **(ES)**
- Décrire les attentes et les contenus d'apprentissage visés par cette tâche en présentant la grille d'évaluation adaptée et en établissant le lien avec les activités de l'unité 3.
- Évaluer les notions qui portent sur le taux de variation, les limites et le concept de la dérivée à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :
  - Connaissance et compréhension

- déterminer la fonction selon la dérivée;
  - dériver une fonction en s'inspirant de la définition de base d'une dérivée;
  - calculer les taux moyens et instantanés de variation d'une situation présentée;
  - déterminer la limite d'une fonction;
  - déterminer si une fonction est continue ou discontinue et justifier sa réponse en renvoyant aux conditions de continuité;
  - indiquer, en partant d'un graphique, les valeurs pour lesquelles une fonction n'est pas dérivable.
- Réflexion, recherche et résolution de problèmes
  - déterminer les points sur une courbe en fonction de certaines conditions;
  - résoudre et interpréter, en se basant sur un tableau de valeurs, un problème de taux de variation.
- Communication
  - expliquer, en s'inspirant d'une équation et d'un graphique, les raisons pour lesquelles une fonction n'est pas dérivable en certains points;
  - expliquer la différence entre un taux moyen et un taux instantané de variation selon une situation présentée;
  - utiliser de façon appropriée le langage et les symboles mathématiques;
  - formuler une hypothèse en partant d'une situation donnée.
- Mise en application
  - déterminer l'équation de la tangente à un point;
  - résoudre et interpréter, en partant d'une équation représentant une situation donnée, un problème de taux de variation;
  - déterminer, en se basant sur une équation, pour quelle(s) valeur(s) une fonction n'est pas dérivable.

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

Annexe MCB4U 3.5.1 : Grille d'évaluation adaptée - Taux de variation, limites et concept de la dérivée

Annexe MCB4U 3.5.2 : Cahier de l'élève - Taux de variation, limites et concept de la dérivée

Annexe MCB4U 3.5.1

Grille d'évaluation adaptée - Taux de variation, limites et concept de la dérivée

Type d'évaluation : *diagnostique 9 formative 9 sommative :*				
Compétences et critères	***50 - 59 % Niveau 1***	***60 - 69 % Niveau 2***	***70 - 79 % Niveau 3***	***80 - 100 % Niveau 4***
Connaissance et compréhension				
L'élève - détermine la fonction selon sa dérivée. - dérive une fonction s'inspirant de la définition de base d'une dérivée. - calcule les taux moyens et instantanés de variation. - détermine la limite d'une fonction. - détermine si une fonction est continue ou discontinue. - indique les valeurs pour lesquelles une fonction n'est pas dérivable.	L'élève démontre une **compréhension limitée** des concepts et exécute **uniquement** des algorithmes **simples par écrit et à l'aide d'un outil technologique**.	L'élève démontre une **compréhension partielle** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec une certaine exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension générale** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension approfondie** des concepts et choisit l'algorithme **le plus efficace** et l'exécute **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.
Réflexion, recherche et résolution de problèmes				
L'élève - détermine les points sur une courbe en fonction de certaines conditions. - résout et interprète, en se basant sur un tableau de valeurs, un problème de taux de variation.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une efficacité limitée**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **d'une certaine complexité**, avance des raisonnements **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une certaine efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **d'une certaine complexité** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une grande efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **complexes** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une très grande efficacité et pose des questions susceptibles d'élargir la réflexion**.

Communication				
L'élève - explique, en s'inspirant d'une équation et d'un graphique, les raisons pour lesquelles une fonction n'est pas dérivable en certains points. - explique la différence entre un taux moyen et un taux instantané de variation selon une situation donnée. - utilise la langue et les symboles mathématiques de façon appropriée. - formule une hypothèse en partant d'une situation donnée.	L'élève utilise **rarement** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec peu de clarté** et en donnant des explications **limitées**.	L'élève utilise **parfois** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une certaine clarté et** en donnant **certaines** explications.	L'élève utilise **souvent** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une grande clarté** et en donnant des explications **substantielles**.	L'élève utilise **toujours ou presque toujours** la langue et les symboles mathématiques **avec une grande efficacité**, et communique des raisonnements **avec une très grande clarté et concision** et en donnant des explications **complètes**.
Mise en application				
L'élève - détermine la fonction selon sa dérivée. - résout et interprète, en partant d'une équation représentant une situation donnée, un problème de taux de variation. - détermine, en se basant sur une équation, pour quelle(s) valeur(s) une fonction n'est pas dérivable.	L'élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **simples dans des contextes familiers**.	L'élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **d'une certaine complexité dans des contextes familiers**.	L'élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers**, et reconnaît les principaux concepts et procédés portant sur l'application **à des contextes peu familiers**.	L'élève applique les concepts et les procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers et peu familiers**.
Remarque : L'élève dont le rendement est en deçà du niveau 1 (moins de 50 %) n'a pas satisfait aux attentes pour cette tâche.				

Taux de variation, limites et concept de la dérivée

Partie 1 **Durée :** 60 minutes

1. Soit $f(x) = x^2 + 2x$, détermine l'équation de la tangente au point (2, 8).
2. Détermine la dérivée de la fonction $y = \dfrac{x}{4x-1}$ en t'inspirant de la définition de base.
3. Détermine l'équation de la fonction ayant comme dérivée $f'(x) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{3(x+h)^2 - 3x^2}{h}$.
4. On lance directement vers le haut une pierre de la surface de la Lune à une vitesse initiale de 24 m/s. La position de la pierre au-dessus de la Lune en tout temps est (t) donnée par l'équation $s(t) = 24t - t^2 + 2$, où *s* est mesuré en mètres et *t*, en secondes.

   a) Calcule la vitesse moyenne de la pierre dans l'intervalle $1 \leq t \leq 3$.
   b) Calcule la vitesse instantanée à 1 s.

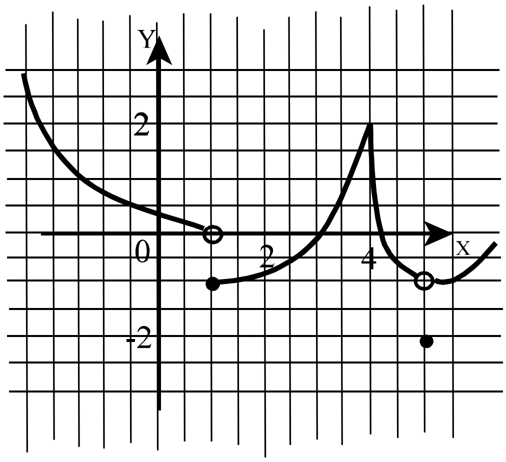
5. Pour quelle(s) valeur(s) de *x* chaque fonction ci-dessous n'est-elle pas dérivable? Justifie ta réponse.

   a) $y = \dfrac{5}{x - x^2}$ b) $y = \sqrt{x^2 - 8x + 15}$

6. Détermine les limites suivantes :

   a) $\lim\limits_{x \to 4} \dfrac{x^2 - 16}{3x - 12}$ b) $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\sqrt{x+3} - \sqrt{3}}{x}$ c) $\lim\limits_{x \to \infty} 10^{-x^2}$

7. Détermine, à l'aide du graphique ci-dessous, les valeurs de x pour lesquelles la fonction est discontinue et justifie ta réponse.



8. Trace la courbe de $f(x)=\begin{cases} x^2-4 \text{ si } x\leq 4 \\ 2x+4 \text{ si } x>4 \end{cases}$. La fonction est-elle dérivable en $x = 4$?

Justifie ta réponse.

Partie 2 **Durée :** 60 minutes

1. Le nombre de litres d'eau $Q(t)$ dans un réservoir *t* minutes après que le réservoir a commencé à se vider est donné par $Q(t) = 200(30-t)^2$.

   a) Calcule la vitesse moyenne à laquelle le réservoir se vide pendant les dix premières minutes.
   b) Calcule la vitesse à laquelle le réservoir se vide à la dixième minute.
   c) Explique la différence entre les résultats de a) et de b).

2. La population *P* d'une ville de 1990 à 1997 est donnée par le tableau suivant.

années	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
population (en milliers)	311	319	329	341	355	370	386	405

   a) À l'aide d'un graphique, estime le taux instantané de croissance en 1992. Explique ta réponse.
   b) Formule une hypothèse pour estimer la population en 2003.

3. Soit la courbe représentée par $y = x^2 + 4x$, détermine le point sur cette courbe où la tangente est perpendiculaire à la droite $x + 6y + 3 = 0$.

4. Explique les raisons pour lesquelles chacune des fonctions ci-dessous n'est pas dérivable au point indiqué.

   a) $y = \sqrt{5-2x}$ en $x = \dfrac{5}{2}$

   b) $y = \dfrac{1}{x^2 - 8}$ en $x = \pm 2\sqrt{2}$

   c) $y = |2x-1|$ en $x = \dfrac{1}{2}$

APERÇU GLOBAL DE L'UNITÉ 4 (MCB4U)

Techniques de dérivation et esquisses de courbes

Description **Durée :** 28 heures

Dans cette unité, l'élève détermine la dérivée de fonctions en utilisant diverses techniques et esquisse la représentation graphique de fonctions polynôme, rationnelle et exponentielle. Elle ou il montre une compréhension de la relation entre la dérivée d'une fonction et les caractéristiques de sa courbe.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes, Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-T-A.3
MCB4U-C-A.2 - 3 - 4 - 5

Contenus d'apprentissage : MCB4U-T-Rep.1 - 2 - 3
MCB4U-C-Tech.1 - 2 - 3 - 4
MCB4U-C-Dér.1 - 2 - 3 - 4
MCB4U-C-App.1 - 2
MCB4U-C-Esq.1 - 2 - 3 - 4 - 5

Titres des activités	Durée
Activité 4.1 : Règles de dérivée	480 minutes
Activité 4.2 : Dérivées seconde et implicite	240 minutes
Activité 4.3 : Dérivées de fonctions exponentielles et logarithmiques	360 minutes
Activité 4.4 : Asymptotes et coordonnées à l'origine	240 minutes
Activité 4.5 : Esquisses de courbes	360 minutes

Liens

L'enseignant ou l'enseignante prévoit l'établissement de liens entre le contenu du cours et l'animation culturelle (**AC**), la technologie (**T**), les perspectives d'emploi (**PE**) et les autres matières (**AM**) au moment de sa planification des stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Des suggestions pratiques sont intégrées dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves

L’enseignant ou l’enseignante doit planifier des mesures d’adaptation pour répondre aux besoins des élèves en difficulté et de celles et ceux qui suivent un cours d’ALF/PDF ainsi que des activités de renforcement et d’enrichissement pour tous les élèves. L’enseignant ou l’enseignante trouvera plusieurs suggestions pratiques dans *La boîte à outils*, p. 11-21.

Évaluation du rendement de l’élève

L’évaluation fait partie intégrante de la dynamique pédagogique. L’enseignant ou l’enseignante doit donc planifier et élaborer en même temps les activités d’apprentissage et les étapes de l’évaluation en fonction des quatre compétences de base. Des exemples des différents types d’évaluation tels que l’évaluation diagnostique (**ED**), l’évaluation formative (**EF**) et l’évaluation sommative (**ES**) sont suggérés dans la section **Déroulement de l’activité** des activités de cette unité.

Sécurité

L’enseignant ou l’enseignante veille au respect des règles de sécurité du Ministère et du conseil scolaire.

ACTIVITÉ 4.1 (MCB4U)

Règles de dérivée

Description

Durée : 480 minutes

Dans cette activité, l'élève établit les règles de dérivation afin de déterminer la dérivée de fonctions polynômes et rationnelles en partant de celles-ci.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-C-A.2 - 4

Contenus d'apprentissage : MCB4U-C-Tech.1 - 2
MCB4U-C-App.1 - 2

Notes de planification

- Préparer une variété de fonctions polynômes et de fonctions rationnelles afin d'appliquer les règles de la dérivée.
- Préparer des exercices portant sur l'application des règles de la dérivée.
- Préparer des problèmes d'application qui touchent aux sciences naturelles et aux sciences sociales.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter, au tableau, une fonction polynôme ou rationnelle et demander à l'élève d'en déterminer la dérivée en partant de la définition de base (p. ex., $y = x^3 + x^2 - 1$, $y = \dfrac{x}{x^3 - 8}$).
- Animer un échange afin de permettre à l'élève de discuter des difficultés rencontrées ainsi que des caractéristiques des fonctions difficilement dérivables à l'aide de la définition de base. **(ED)**
- Demander à l'élève de fournir d'autres exemples de fonctions qui seraient extrêmement difficiles à dériver à l'aide de la définition de base.

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Règles de la dérivée d'une constante, d'une puissance, d'une somme et d'une différence

- Revoir avec l'élève la signification et l'interprétation de la dérivée.
- Présenter à l'élève les différentes notations possibles de la dérivée.
- Présenter à l'élève une fonction définie par une équation telle que $y = 3$ et lui demander d'en déterminer la pente.
- Amener l'élève, à l'aide d'une discussion, à établir le lien entre la pente et la dérivée.
- Demander à l'élève de vérifier la dérivée à l'aide de la définition de base. **(EF)**
- Présenter à l'élève la règle générale de la dérivée d'une constante en partant de la définition de base.
- Former des équipes de trois.
- Remettre à chaque équipe les équations de trois fonctions différentes (p. ex., $y = \frac{1}{4}x^2$, $y = 3x^2$ et $y = 5x^2$).
- Inviter chaque élève à choisir une des trois fonctions et à la dériver à l'aide de la définition de base.
- Inviter l'équipe à comparer ses résultats et à tirer une conclusion en se basant sur ceux-ci. **(EF)**
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de formuler une généralisation des résultats et d'établir la règle de dérivation d'une puissance, soit $y' = nx^{n-1}$ et la dérivée de $Cf(x)$ est égale à $Cf'(x)$.
- Demander à l'élève de dériver quelques expressions (p. ex., $y = \frac{2}{x^4}$, $y = 2\sqrt[3]{x^2}$).
- Corriger avec l'aide des pairs.
- Reprendre la même démarche avec l'élève en utilisant, cette fois, des expressions comportant une somme ou une différence de fonctions (p. ex., $y = 3x^2 + 2x - 1$, $y = 3x^2 - 2x - 1$, $y = 3x^2 - 2x + 1$) et l'inviter à déterminer la dérivée à l'aide de la définition de base.
- Reprendre avec l'élève l'équation $y = x^3 + x^2 - 1$ de la mise en situation et lui demander de la dériver à l'aide des règles de la somme et de la différence de fonctions.
- Assigner à l'élève un exercice qui porte sur les règles précédentes.
- Corriger l'exercice au tableau. **(EF)**

Règle de la dérivée d'une fonction composée

- Présenter à l'élève une fonction composée telle que celle définie par $f(x) = (1 + 5x)^3$ et lui demander de formuler une hypothèse qui en déterminerait la dérivée.
- Indiquer à l'élève la règle générale de la dérivée d'une fonction composée.
- Montrer à l'élève la façon d'appliquer cette règle afin de déterminer la dérivée de la fonction présentée ci-dessus.
- Réaliser avec l'élève un exercice qui comprend une variété d'applications de la règle de dérivation d'une fonction composée.

- Assigner à l'élève un travail qui porte sur la règle de dérivation d'une fonction composée.
- Corriger le travail au tableau. **(EF)**

Règle de la dérivée d'un produit

- Présenter à l'élève une fonction telle que celle définie par $f(x) = (6x^4 - 3x)(2 - x^3)$ et lui demander de formuler une hypothèse pour déterminer la dérivée.
- Demander à l'élève de déterminer la dérivée et de comparer ses résultats avec son hypothèse de départ.
- Animer une mise en commun afin de connaître les réponses de l'élève et les méthodes utilisées pour les obtenir. **(EF)**
- Indiquer à l'élève la règle générale de la dérivée d'un produit de fonctions et lui demander de l'appliquer à la fonction utilisée ci-dessus.
- Donner, au tableau, quelques exemples qui permettront à l'élève d'appliquer la règle.
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur la règle de la dérivation d'un produit et d'une fonction composée.
- Demander à l'élève de comparer les résultats du devoir avec ceux de ses pairs en équipe de deux ou de trois. **(EF)**

Règle de la dérivée d'un quotient

- Présenter à l'élève la fonction définie par $y = \frac{3x^3 + 5x + 3}{x^2}$ et lui demander de formuler une hypothèse et de déterminer la dérivée.
- Animer une mise en commun afin de connaître les réponses de l'élève ainsi que les méthodes utilisées pour les obtenir.
- Présenter à l'élève la fonction définie par $y = \frac{3x^3 + 5x + 3}{x^2 - 1}$ et lui demander de la dériver.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part des difficultés rencontrées.
- Indiquer à l'élève la règle générale de la dérivée d'un quotient.
- Faire vérifier la règle en la faisant appliquer aux deux fonctions présentées ci-dessus.
- Demander à l'élève d'appliquer la règle de dérivation d'un quotient afin de déterminer la dérivée de la fonction présentée dans la mise en situation ($y = \frac{x}{x^3 - 8}$).
- Assigner à l'élève un travail qui porte sur cette règle.
- Corriger le travail au tableau, au besoin. **(EF)**

Problèmes d'application

- Demander à l'élève de déterminer l'équation de la tangente à un point spécifique sur une courbe.
- Corriger à l'aide de la calculatrice à capacité graphique.
- Donner quelques exemples d'application des règles de dérivation (p. ex., trouver l'équation ou les équations des tangentes à partir d'un point situé à l'extérieur de la courbe).
- Permettre à l'élève de vérifier son travail à l'aide de la calculatrice à capacité graphique. **(EF)**
- Demander à l'élève de résoudre des problèmes d'application qui touchent aux sciences naturelles et aux sciences sociales (p. ex., problèmes de production, de coûts, de profits, de vitesse, de croissance bactérienne). **(AM)**
- Corriger les problèmes au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**

- Rencontrer l’élève individuellement et discuter de son apprentissage et des concepts pour lesquels elle ou il éprouve de la difficulté dans le but d’établir les démarches à suivre qui pourraient l’aider à améliorer son rendement. **(O)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l’évaluation sommative de l’activité 4.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l’élève de dériver des fonctions plus complexes (p. ex., $y = x^3(3x-1)^2(x-1)^4$ ou $y = \frac{(3x-1)^3}{(x+1)^2(x-3)^2}$), puis corriger au tableau.

Annexes
(espace réservé à l’enseignant ou à l’enseignante pour l’ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 4.2 (MCB4U)

Dérivées seconde et implicite

Description **Durée :** 240 minutes

Dans cette activité, l'élève détermine la dérivée seconde et des dérivées simples par la dérivation implicite. Elle ou il résout des problèmes d'application et esquisse la représentation des premières dérivées et des dérivées secondes en partant de la représentation graphique d'une fonction donnée.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-C-A.2 - 4 - 5

Contenus d'apprentissage : MCB4U-C-Tech.3 - 4
MCB4U-C-App.1 - 2
MCB4U-C-Esq.4

Notes de planification

- Préparer le transparent de la représentation graphique d'une fonction, de sa première dérivée et de sa dérivée seconde.
- Préparer un transparent sur lequel l'élève pourra écrire sa solution à la section **Dérivée seconde**.
- Préparer une série d'exemples de la dérivée seconde, qui font appel à toutes les règles de dérivation étudiées jusqu'à présent.
- Préparer une série de représentations graphiques de fonctions afin de permettre à l'élève d'esquisser la première dérivée et la dérivée seconde.
- Préparer une variété de problèmes d'application qui portent sur les dérivées seconde et implicite.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève l'équation du cercle, $x^2 + y^2 = 25$, et lui demander de déterminer la pente de la tangente au point $(3,-4)$.

- Animer une mise en commun des stratégies utilisées. **(ED)**
- Faire remarquer à l'élève qu'il faut isoler y afin d'appliquer une des lois déjà étudiées.

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Dérivation implicite

- Reprendre avec l'élève le problème présenté dans la mise en situation et en expliquer la solution au tableau à l'aide de la dérivation implicite.
- Remettre à l'élève une variété d'exercices de dérivations simples qui font appel à la dérivation implicite (p. ex., $4x^2 + 9y^2 = 36$).
- Animer une mise en commun des résultats obtenus. **(EF)**
- Assigner à l'élève un travail qui porte sur la dérivation implicite.
- Inviter l'élève à corriger son travail avec l'aide de ses pairs. **(EF)**

Dérivée seconde

- Présenter à l'élève une fonction quelconque du second degré et lui demander de déterminer la dérivée de la fonction et la dérivée de cette dérivée.
- Animer une mise en commun des résultats. **(EF)**
- Présenter à l'élève diverses notations possibles de la dérivée seconde.
- Demander à l'élève d'utiliser trois graphiques, placés l'un au-dessus de l'autre, pour esquisser les courbes de la fonction de la première dérivée et de la dérivée seconde.
- Amener l'élève d'abord à construire un tableau de valeurs de la parabole, puis à calculer les deuxièmes différences.
- Demander à l'élève d'établir un lien entre la deuxième différence et la dérivée seconde.
- Corriger à l'aide du transparent préparé à cet effet et discuter des résultats obtenus. **(EF)**
- Donner à l'élève une fonction polynôme sous forme de graphique et lui demander de tracer la représentation graphique de la première dérivée et de la dérivée seconde de cette fonction.
- Demander à l'élève de comparer ses résultats avec ceux de ses pairs. **(EF)**
- Former des équipes de trois et fournir à chacune d'autres exemples de représentations graphiques de fonctions.
- Demander à l'élève d'esquisser, sur transparent, la représentation graphique de la première dérivée et de la dérivée seconde, et de présenter sa solution au groupe-classe. **(EF)**
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur la dérivée seconde.
- Corriger le devoir au tableau. **(EF)**

Problèmes d'application

- Présenter à l'élève des problèmes de déplacement et associer la première dérivée à la vitesse et la dérivée seconde à l'accélération.
- Remettre à l'élève une variété de problèmes qui portent sur la vitesse et l'accélération. **(AM)**
- Corriger les problèmes au tableau. **(EF)**
- Demander à l'élève de déterminer l'équation d'une fonction du second degré en partant d'un point, de la valeur de la pente de la tangente à ce point et de la valeur de la dérivée seconde à ce point (p. ex., déterminer $f(x)$ en sachant que $f(2) = 22, f'(2) = 11$ et $f''(2) = 4$).
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et inviter un ou une élève à présenter sa solution au tableau. **(EF)**
- Assigner à l'élève une variété de problèmes d'application qui portent sur les dérivations seconde et implicite.

- Corriger les problèmes au tableau, au besoin. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 4.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève de déterminer la dérivée supérieure à deux de différentes fonctions dans le but d'associer les différences du tableau de valeurs d'une fonction polynôme aux diverses dérivées (p. ex., associer la troisième dérivée de la fonction $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ aux troisièmes dérivées du tableau de valeurs).

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 4.3 (MCB4U)

Dérivée de fonctions exponentielles et logarithmiques

Description **Durée :** 360 minutes

Dans cette activité, l'élève définit la constante *e* et associe la fonction définie par $y = \ln x$ à la fonction réciproque définie par $y = e^x$. De plus, elle ou il développe la dérivée de fonctions exponentielles et logarithmiques afin de déterminer la dérivée de compositions simples de différentes fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles et logarithmiques en se basant sur les règles de dérivation.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attente : MCB4U-C-A.3

Contenus d'apprentissage : MCB4U-C-Dér.1 - 2 - 3 - 4

Notes de planification

- Préparer le transparent du problème de mise en situation.
- Préparer une série de fonctions exponentielles et logarithmiques afin de les dériver.
- Préparer des problèmes d'application qui portent sur les fonctions exponentielles et logarithmiques.
- Préparer un exercice de révision et un corrigé qui portent sur les activités 4.1 à 4.3.
- Préparer une tâche d'évaluation sommative et une grille d'évaluation adaptée.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève, sur transparent, un problème qui comporte une fonction exponentielle et lui demander de le résoudre (p. ex., Une souche bactérienne double sa population toutes les cinq minutes selon l'équation $y = 5000\left(2^{\frac{t}{5}}\right)$, où *y* représente le nombre de bactéries et *t*, le temps en minutes. Si le nombre initial de bactéries est de 5 000, détermine le taux de croissance moyen selon les intervalles suivants :
  30 min #t #45 min, 45 min #t #60 min, 60 min #t #75 min, 75 min #t #90 min.
  Détermine également le taux instantané de croissance après une heure.).
- Animer un échange afin de permettre à l'élève de faire part des difficultés rencontrées dans la résolution de ce problème. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Fonction exponentielle définie par $y = e^x$ et sa réciproque

- Demander à l'élève de déterminer $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ à l'aide du tableau de valeurs de la calculatrice à capacité graphique.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats.
- Présenter à l'élève la définition de la constante *e*.
- Faire tracer le graphique de $y = e^x$ et de sa réciproque.
- Faire déterminer l'équation de la fonction réciproque sous forme logarithmique.
- Corriger oralement ou au tableau. **(EF)**
- Attirer l'attention de l'élève sur l'équivalence de $y = \log_e x$ et $y = \ln x$.
- Montrer à l'élève que, sur la calculatrice, la touche *log* est associée à la base 10 et la touche *ln*, à la base *e*.

Dérivée de fonctions exponentielles

- Faire dériver la fonction définie par $y = a^x$ à l'aide de la définition de base, $f'(x) = a^x \lim_{h\to 0}\frac{a^h - 1}{h}$, et guider l'élève, au besoin.
- Demander à l'élève de prendre des valeurs de *h* très près de zéro et de calculer $\lim_{h\to 0}\frac{a^h - 1}{h}$ lorsque $a = 2$, $a = 3$ et $a = e$.
- Demander d'abord à l'élève de comparer ses résultats avec $\ln 2, \ln 3$ et $\ln e$, puis d'énoncer la règle de la dérivée d'une fonction exponentielle de la forme $f(x) = a^x$ comme étant $f'(x) = (\ln a)a^x$.
- Indiquer à l'élève que, pour une fonction exponentielle composée, la règle de dérivation d'une fonction composée s'applique (p. ex., si $y = a^{8x^2}$, donc $y' = (\ln a)\left(a^{8x^2}\right)(16x)$).
- Remettre à l'élève une série de fonctions exponentielles et lui demander d'en déterminer les dérivées.
- Vérifier les résultats en invitant l'élève à présenter ses solutions au tableau. **(EF)**
- Remettre à l'élève des exercices qui portent sur les fonctions polynômes, rationnelles et exponentielles, et lui demander de déterminer la dérivée en se basant sur les différentes règles de dérivation.
- Inviter l'élève à corriger les exercices avec l'aide des pairs. **(EF)**

Dérivée de fonctions logarithmiques

- Revoir, avec l'élève, les lois des logarithmes.
- Demander à l'élève d'écrire l'équation de la fonction $y = \log_a x$ sous forme exponentielle.
- Demander à l'élève de dériver cette nouvelle équation à l'aide de la différenciation implicite.
- Présenter à l'élève la règle générale de la dérivée de $y = \log_a x$ comme étant $y' = \frac{1}{x\ln a}$.

- Demander à l'élève de dériver $y = \log_e x$ en se servant du résultat précédent.
- Présenter à l'élève la règle générale pour dériver $y = \ln x$ comme étant $y' = \dfrac{1}{x}$.
- Indiquer à l'élève que, pour une fonction logarithmique composée, la règle de dérivation d'une fonction composée s'applique (p. ex., si $y = \ln(8x^2 + 3x)$, donc $y' = \left(\dfrac{1}{8x^2 + 3x}\right)(16x + 3)$).
- Demander à l'élève, au moyen d'une discussion, s'il est plus avantageux d'utiliser les lois des logarithmes pour obtenir la dérivée de l'expression.
- Remettre à l'élève une série de fonctions logarithmiques et lui demander d'en déterminer la dérivée.
- Corriger en invitant l'élève à présenter sa solution au tableau. **(EF)**
- Remettre à l'élève des exercices qui portent sur les fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles et logarithmiques, et lui demander de déterminer la dérivée en s'inspirant des différentes règles de dérivation.
- Corriger le travail au tableau. **(EF)**

Problèmes d'applications
- Demander à l'élève de déterminer l'équation de la tangente à un point sur la courbe de fonctions exponentielles et logarithmiques.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats. **(EF)**
- Demander à l'élève de déterminer un point sur la courbe d'une fonction exponentielle ou logarithmique de telle sorte que la tangente à la courbe en ce point soit parallèle ou perpendiculaire à une droite d'équation donnée.
- Présenter la solution au tableau et rappeler la façon dont s'effectue la résolution d'équations exponentielles et logarithmiques. **(EF)**
- Distribuer à l'élève une feuille d'exercices comportant des problèmes semblables à ceux présentés en salle de classe.
- Corriger le travail au tableau. **(EF)**

Révision des activités 4.1 à 4.3
- Assigner à l'élève un exercice de révision qui porte sur les activités 4.1 à 4.3.
- Permettre à l'élève de corriger l'exercice à l'aide d'un corrigé fournit à cet effet. **(EF)**
- Inviter l'élève à rédiger, dans son cahier, un court texte qui porte sur les concepts maîtrisés de cette unité, ceux pour lesquels elle ou il éprouve des difficultés et la démarche qu'elle ou il compte suivre pour parvenir à maîtriser ces derniers. **(O)**
- Faire passer un test papier-crayon qui porte sur les techniques de dérivation, la dérivée seconde, la différenciation implicite ainsi que la dérivée de fonctions exponentielles et logarithmiques. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions qui portent sur les techniques de dérivation, la dérivée seconde, la différenciation implicite ainsi que la dérivée de fonctions exponentielles et logarithmiques à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères de rendement précis en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :

- Connaissance et compréhension
  - déterminer la dérivée d'une somme, d'une différence, d'un produit ou d'un quotient de fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles et logarithmiques;
  - déterminer la dérivée seconde d'une fonction;
  - déterminer la dérivée de fonctions simples à l'aide de la différenciation implicite.
- Réflexion, recherche et résolution de problèmes
  - résoudre des problèmes de dérivée qui tiennent compte des étapes de la résolution de problèmes;
  - déterminer l'équation de la tangente de compositions de fonctions.
- Communication
  - utiliser de façon appropriée le langage et les symboles mathématiques associés aux dérivées.
- Mise en application
  - déterminer l'équation de la tangente à un point sur la courbe de fonctions exponentielles et logarithmiques;
  - déterminer l'accélération d'un objet selon sa position;
  - déterminer la dérivée de compositions de différentes fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles et logarithmique en se basant sur les règles de dérivation.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève de déterminer la dérivée de fonctions présentées sous forme $y = x^{3x^2}$.
- Demander à l'élève d'effectuer une recherche dans Internet pour trouver des informations au sujet du logarithme népérien. **(T)**

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 4.4 (MCB4U)

Asymptotes et coordonnées à l'origine

Description **Durée :** 240 minutes

Dans cette activité, l'élève détermine, en se basant sur l'équation d'une fonction rationnelle, les asymptotes verticales, horizontales ou obliques ainsi que les coordonnées à l'origine de la courbe associée à l'équation afin de pouvoir esquisser la représentation graphique de cette courbe.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attente : MCB4U-C-A.5

Contenu d'apprentissage : MCB4U-C-Esq.1

Notes de planification

- Préparer une série de fonctions rationnelles dont l'élève devra tracer le graphique et déterminer les asymptotes et les coordonnées à l'origine.
- Préparer le transparent d'un graphique qui comprend une asymptote oblique.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève une fonction rationnelle telle que $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+x-6}$ et lui demander d'en tracer le graphique.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et des stratégies utilisées pour parvenir à ceux-ci. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Asymptotes verticales

- Revoir avec l'élève la représentation graphique de $y = \frac{1}{x}$ et discuter du domaine, de l'image et des asymptotes de la fonction en portant une attention spéciale à l'asymptote verticale.

- Faire déterminer les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to 0^+} \frac{1}{x}$ et $\lim\limits_{x \to 0^-} \frac{1}{x}$.
- Demander à l'élève de reprendre la fonction présentée dans la mise en situation et d'en indiquer les asymptotes verticales.
- Faire déterminer les limites gauche et droite des valeurs de x où la fonction n'est pas définie.
- Expliquer que, si la limite de la fonction tend vers l'infini lorsque x tend vers une valeur quelconque, il existe une asymptote verticale à cette valeur.
- Demander d'abord à l'élève d'esquisser, dans le voisinage des asymptotes, à l'aide des limites, la courbe de la mise en situation, puis de comparer son travail avec celui de ses pairs. **(EF)**
- Assigner à l'élève un travail qui porte sur les asymptotes verticales.
- Demander à l'élève de le corriger à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF)(T)**

Asymptotes horizontales et coordonnées à l'origine

- Reprendre avec l'élève la fonction $y = \frac{1}{x}$, puis lui demander de déterminer $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x}$ ainsi que $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x}$ en utilisant le tableau de valeurs de la calculatrice à capacité graphique.
- Animer une discussion portant sur le domaine, l'image et les asymptotes en mettant l'accent sur l'asymptote horizontale.
- Indiquer que $\lim\limits_{x \to \infty} \frac{1}{x^r} = 0$ et que $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{1}{x^r} = 0$ si r est un nombre rationnel positif.
- Présenter à l'élève une fonction rationnelle telle que celle définie par $f(x) = \frac{4x^2 - 7}{x^2 + 5x + 6}$ et lui demander d'indiquer s'il existe des asymptotes horizontales.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses observations et l'amener à comprendre qu'il existe une asymptote horizontale à $y = 4$. **(ED)**
- Faire remarquer qu'il est aussi possible d'évaluer la limite de l'expression en la notant de la façon suivante : $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \frac{4 - \frac{7}{x^2}}{1 + \frac{5}{x} + \frac{6}{x^2}}$.
- Faire déterminer les coordonnées à l'origine de la fonction définie par
  $f(x) = \frac{4x^2 - 7}{x^2 + 5x + 6}$.
- Demander d'abord à l'élève de désigner les asymptotes verticales et horizontales de la courbe correspondant à cette fonction, puis d'esquisser le graphique correspondant à l'aide des coordonnées à l'origine et des asymptotes.
- Assigner à l'élève un travail qui porte sur les asymptotes verticales et horizontales ainsi que sur les coordonnées à l'origine.
- Corriger le travail au tableau. **(EF)**

Asymptotes obliques

- Présenter à l'élève, à l'aide d'un transparent, un graphique qui comporte une asymptote oblique.
- Montrer que la droite définie par $y = mx + b$ est une asymptote oblique à la courbe définie par $f(x)$ si $\lim_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-(mx+b)\right]=0$.
- Demander à l'élève de trouver l'asymptote oblique d'une fonction telle que celle définie par l'équation $y = \dfrac{2x^2+6x+5}{x+2}$.

- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et présenter la solution. **(EF)**
- Assigner à l'élève un exercice qui porte sur les asymptotes obliques.
- Corriger l'exercice au tableau. **(EF)**

Problèmes d'application
- Faire résoudre divers problèmes en groupe tels que :
  - Détermine la valeur C si :

    a) la droite de l'équation $y = 3$ est une asymptote horizontale de la fonction définie par $f(x) = \dfrac{Cx+1}{3x-4}$.

    b) la droite d'équation $x = -1$ est une asymptote verticale de la fonction définie par $f(x) = \dfrac{5x^2+4}{3x+C}$.

    c) les droites d'équation $x = 4$ et $x = -4$ sont des asymptotes verticales de la fonction définie par $f(x) = \dfrac{-5x+7}{(x^2+C)}$.
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur les asymptotes et les coordonnées à l'origine.
- Corriger le devoir au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 4.5.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève de trouver les asymptotes horizontales et verticales de fonctions qui possèdent des valeurs absolues telles que celle définie par l'équation $y = \dfrac{x}{|x|+5}$.

Annexes
(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 4.5 (MCB4U)

Esquisses de courbes

Description

Durée : 360 minutes

Dans cette activité, l'élève détermine, en partant de l'équation d'une fonction polynôme, rationnelle ou exponentielle, les principales caractéristiques de la représentation graphique de la fonction. Elle ou il décrit les caractéristiques d'un graphique afin d'esquisser le graphique de la dérivée de celui-ci, et vice-versa.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes, Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-T-A.3
MCB4U-C-A.5

Contenus d'apprentissage : MCB4U-T-Rep.1 - 2 - 3
MCB4U-C-Esq.2 - 3 - 5

Notes de planification

- Préparer le transparent de la courbe de la fonction présentée dans la mise en situation.
- Préparer le transparent de la représentation graphique d'une fonction afin de faire remarquer que la pente de la tangente passe de croissante à décroissante autour d'un point d'inflexion.
- Préparer le corrigé du devoir qui porte sur les fonctions polynômes, rationnelles ou exponentielles, leurs graphiques et leurs principales caractéristiques.
- Préparer le transparent du corrigé du travail assigné dans la section **Représentation graphique de la dérivée**.
- Préparer des exercices de révision des activités 4.4 et 4.5.
- Préparer une tâche d'évaluation sommative.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève une fonction définie par $f(x) = x^3 + 3x^2 - 13x - 15$ et lui demander d'en déterminer les coordonnées à l'origine.

- Faire esquisser la courbe en partant des coordonnées à l'origine et l'inviter à estimer les coordonnées des sommets.
- Inviter l'élève à comparer ses résultats avec ceux de ses pairs. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Fonctions croissantes et décroissantes, et les points critiques

- Reprendre avec l'élève, à l'aide d'un transparent, la courbe de la fonction du problème de mise en situation et l'inviter à indiquer les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction pour les lier à la pente.
- Faire ressortir, à l'aide d'une discussion, que le sommet représente un point maximal lorsque la courbe passe de croissante à décroissante et que le sommet représente un point minimal lorsque la courbe passe de décroissante à croissante.
- Demander à l'élève de trouver toutes les valeurs de *x* pour lesquelles la pente est nulle et de les vérifier dans l'équation de la dérivée de la fonction.
- Demander à l'élève de construire un tableau d'intervalles afin de déterminer les intervalles de croissance et de décroissance de la fonction.
- Demander à l'élève de déterminer si les valeurs, où la pente de la tangente est nulle, représentent toujours un maximum ou un minimum local.
- Présenter à l'élève une fonction qui possède un point d'inflexion et lui faire remarquer qu'avant et après ce point la fonction demeure croissante ou décroissante (p. ex., $y = x^3$).
- Présenter à l'élève une série de fonctions polynômes et lui demander de trouver les intervalles de croissance et de décroissance, les extremums, et d'esquisser le graphique de chacune.
- Corriger à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie afin de vérifier l'allure générale de la courbe, les extremums et les intervalles de croissance et de décroissance. **(EF) (T)**

Points d'inflexion et intervalles de concavité

- Donner à l'élève une fonction telle que celle définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 15$ et lui demander de déterminer les sommets locaux de la fonction et d'esquisser la courbe.
- Présenter à l'élève, à l'aide d'un transparent, la représentation graphique de la fonction afin de lui faire remarquer que la pente de la tangente passe de croissante à décroissante autour d'un point d'inflexion.
- Demander à l'élève de déterminer les points d'inflexion à l'aide de la dérivée seconde de la fonction et de déterminer les intervalles de concavité à l'aide d'un tableau.
- Faire remarquer que lorsque $f''(x) > 0$, la courbe est concave vers le haut et, lorsque $f''(x) < 0$, la courbe est concave vers le bas.
- Présenter à l'élève une fonction du quatrième degré et lui demander d'en esquisser la courbe en déterminant les intervalles de croissance et de décroissance, les points critiques, les minimums et les maximums locaux, les points d'inflexion ainsi que les intervalles de concavité.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats. **(EF)**

- Assigner à l'élève un devoir qui nécessite de déterminer les principales caractéristiques et de tracer le graphique de fonctions polynômes.
- Corriger à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF) (T)**

Représentation graphique de fonctions rationnelles et exponentielles

- Présenter à l'élève l'équation d'une fonction rationnelle et lui demander d'en esquisser la courbe en déterminant le domaine, les coordonnées à l'origine, les asymptotes, les intervalles de croissance et de décroissance, les extremums, les points d'inflexion ainsi que les intervalles de concavité.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats. **(EF)**
- Inviter l'élève à reprendre les étapes précédentes en utilisant une fonction exponentielle.
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur les fonctions rationnelles et exponentielles, et lui demander d'en esquisser la courbe en se basant sur les caractéristiques principales de la fonction (fournir à l'élève la première dérivée et la dérivée seconde de chaque fonction).
- Corriger à l'aide d'un corrigé et de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel de géométrie. **(EF) (T)**

Représentation graphique de la dérivée
- Présenter à l'élève les graphiques de quelques fonctions et lui demander de tracer le graphique de leur dérivée.
- Inviter l'élève à corriger son travail avec l'aide de ses pairs. **(EF)**
- Présenter à l'élève le graphique d'une dérivée et lui demander de relever les principales caractéristiques de cette courbe.
- Demander à l'élève d'esquisser le graphique de la fonction originale en s'inspirant des caractéristiques trouvées.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats. **(EF)**
- Assigner à l'élève un travail dans lequel il faut esquisser le graphique de dérivées en se basant sur des graphiques de fonctions données, et vice-versa.
- Effectuer la correction en présentant la solution sur transparent. **(EF)**

Révision des activités 4.4 et 4.5
- Assigner à l'élève un travail de révision des activités 4.4 et 4.5.
- Effectuer la correction du travail à l'aide d'un corrigé. **(EF)**
- Rencontrer l'élève dans le but de lui faire analyser son apprentissage et de discuter des concepts pour lesquels elle ou il éprouve plus de difficultés, et lui demander d'indiquer les démarches qu'elle ou il se propose de suivre afin d'améliorer son rendement. **(O)**
- Faire passer un test papier-crayon qui porte sur les asymptotes et les principales caractéristiques de la représentation graphique des fonctions. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions liées aux asymptotes et aux principales caractéristiques de la représentation graphique des fonctions à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :

  - Connaissance et compréhension
    - déterminer les asymptotes d'une fonction;
    - déterminer les intervalles de croissance et de décroissance;
    - déterminer les extremums;
    - déterminer les points d'inflexion;
    - déterminer les intervalles de concavité.

- Réflexion, recherche et résolution de problèmes
  - esquisser la représentation graphique d'une fonction en partant du graphique de sa dérivée.
- Communication
  - définir les asymptotes, les coordonnées à l'origine, les points critiques, la croissance, la décroissance, la concavité vers le haut et la concavité vers le bas;
  - utiliser les symboles mathématiques appropriés;
  - présenter la représentation graphique d'une fonction.
- Mise en application
  - esquisser la représentation graphique d'une dérivée en partant de l'équation qui définit la fonction;
  - esquisser la représentation graphique d'une fonction et en relever les principales caractéristiques;
  - esquisser la courbe en se basant sur des informations données.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève d'esquisser la courbe de fonctions logarithmiques en s'inspirant de leurs caractéristiques principales.

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

Annexe MCB4U 4.5.1 : Grille d'évaluation adaptée - Techniques de dérivation et esquisses de courbes

Annexe MCB4U 4.5.1

Grille d'évaluation adaptée - Techniques de dérivation et esquisses de courbes

Type d'évaluation : *diagnostique 9 formative 9 sommative :*				
Compétences et critères	***50 - 59 % Niveau 1***	***60 - 69 % Niveau 2***	***70 - 79 % Niveau 3***	***80 - 100 % Niveau 4***
Connaissance et compréhension				
L'élève - détermine les asymptotes d'une fonction, les intervalles de croissance et de décroissance, les extremums, les points d'inflexion ainsi que les intervalles de concavité.	L'élève démontre une **compréhension limitée** des concepts et exécute **uniquement** des algorithmes **simples par écrit et à l'aide d'un outil technologique**.	L'élève démontre une **compréhension partielle** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec une certaine exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension générale** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension approfondie** des concepts et choisit l'algorithme **le plus efficace** et l'exécute **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.
Réflexion, recherche et résolution de problèmes				
L'élève - esquisse la représentation graphique d'une fonction en partant du graphique de sa dérivée.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une efficacité limitée**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **d'une certaine complexité**, avance des raisonnements **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une certaine efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **d'une certaine complexité** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une grande efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **complexes** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une très grande efficacité et pose des questions susceptibles d'élargir la réflexion**.

Communication				
L'élève - définit les asymptotes, les coordonnées à l'origine, les points critiques, la croissance et la décroissance, la concavité vers le haut et la concavité vers le bas. - utilise la langue et les symboles mathématiques appropriés. - présente la représentation graphique d'une fonction.	L'élève utilise **rarement** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec peu de clarté et en donnant des explications limitées.**	L'élève utilise **parfois** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une certaine clarté et en donnant certaines explications**.	L'élève utilise **souvent** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité,** et communique des raisonnements **avec une grande clarté et en donnant des explications substantielles**.	L'élève utilise **toujours ou presque toujours** la langue et les symboles mathématiques **avec une très grande efficacité**, et communique des raisonnements **avec une très grande clarté et concision et en donnant des explications complètes**.
Mise en application				
L'élève - esquisse la représentation graphique d'une dérivée en partant de l'équation qui définit la fonction. - esquisse la représentation graphique d'une fonction et en relève les principales caractéristiques. - esquisse la courbe en se basant sur des informations données.	L'élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **simples dans des contextes familiers**.	L'élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **d'une certaine complexité dans des contextes familiers**.	L'élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers**, et reconnaît les principaux concepts et procédés portant sur l'application **à des contextes peu familiers**.	L'élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers et peu familiers**.
Remarque : L'élève dont le rendement est en deçà du niveau 1 (moins de 50 %) n'a pas satisfait aux attentes pour cette tâche.				

APERÇU GLOBAL DE L'UNITÉ 5 (MCB4U)

Applications

Description

Durée : 19 heures

Dans cette unité, l'élève résout une variété de problèmes et analyse des fonctions en utilisant les techniques du calcul différentiel.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attentes : MCB4U-C-A.4 - 6

Contenus d'apprentissage : MCB4U-C-App.2 - 3 - 4
MCB4U-C-Usa.1 - 2 - 3 - 4 - 5

Titres des activités

Titres des activités	Durée
Activité 5.1 : Problèmes de taux de variation	240 minutes
Activité 5.2 : Problèmes de taux de variation liés	300 minutes
Activité 5.3 : Problèmes d'optimisation	300 minutes
Activité 5.4 : Modélisation	300 minutes

Liens

L'enseignant ou l'enseignante prévoit l'établissement de liens entre le contenu du cours et l'animation culturelle (**AC**), la technologie (**T**), les perspectives d'emploi (**PE**) et les autres matières (**AM**) au moment de sa planification des stratégies d'enseignement et d'apprentissage. Des suggestions pratiques sont intégrées dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves

L'enseignant ou l'enseignante doit planifier des mesures d'adaptation pour répondre aux besoins des élèves en difficulté et de celles et ceux qui suivent un cours d'ALF/PDF ainsi que des activités de renforcement et d'enrichissement pour tous les élèves. L'enseignant ou l'enseignante trouvera plusieurs suggestions pratiques dans *La boîte à outils*, p. 11-21.

Évaluation du rendement de l'élève

L'évaluation fait partie intégrante de la dynamique pédagogique. L'enseignant ou l'enseignante doit donc planifier et élaborer en même temps les activités d'apprentissage et les étapes de l'évaluation en fonction des quatre compétences de base. Des exemples des différents types d'évaluation tels que l'évaluation diagnostique (**ED**), l'évaluation formative (**EF**) et l'évaluation sommative (**ES**) sont suggérés dans la section **Déroulement de l'activité** des activités de cette unité.

Sécurité

L'enseignant ou l'enseignante veille au respect des règles de sécurité du Ministère et du conseil scolaire.

ACTIVITÉ 5.1 (MCB4U)

Problèmes de taux de variation

Description **Durée :** 240 minutes

Dans cette activité, l'élève résout, en utilisant le concept de la dérivée, des problèmes tirés d'une variété d'applications qui portent sur les taux de variation.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attente : MCB4U-C-A.4

Contenu d'apprentissage : MCB4U-C-App.2

Notes de planification

- Préparer une variété de problèmes de déplacement, de vitesse et d'accélération.
- Préparer une variété de problèmes d'application tirés de différents domaines.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève le problème ci-dessous et lui demander la démarche qu'elle ou il utiliserait pour le résoudre :
  - Le déplacement, *s*, en mètres, d'une particule, à l'instant *t* secondes, est donné par $s(t) = 2t^3 - 21t^2 + 50t + 5, t > 0$. Quels sont les intervalles de temps durant lesquels la particule accélère? **(AM)**
- Discuter des différentes stratégies qui peuvent permettre de résoudre le problème. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Problèmes de déplacement, de vitesse et d'accélération
- Reprendre avec l'élève la fonction de déplacement présentée dans la mise en situation et lui faire déterminer la première dérivée et la dérivée seconde de celle-ci.
- Inviter l'élève à vérifier ses réponses avec l'aide de ses pairs. **(ED)**
- Demander à l'élève d'indiquer ce que représentent la première dérivée et la dérivée seconde.
- Faire remplir le tableau ci-dessous en fonction de l'équation de la mise en situation.

t	0	0,5	1	1,5	2	2,5	3	3,5	4
$s(t)$									
$s'(t)$									
$s''(t)$									

- Faire remarquer, selon les valeurs du tableau, les différents cas (p. ex., vitesse positive et accélération négative ou vitesse négative et accélération négative).
- Présenter à l'élève un problème qui porte sur une balle lancée vers le haut afin de lui permettre de déterminer la hauteur initiale d'où la balle est lancée, la vitesse initiale, le temps requis pour atteindre la hauteur maximale, le temps écoulé lorsque la balle touche au sol, la vitesse de la balle lorsqu'elle touche au sol, etc. **(AM)**
- Assigner à l'élève un devoir qui comprend des problèmes de déplacement, de vitesse et d'accélération. **(AM)**
- Corriger le devoir au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**

Problèmes variés d'application

- Présenter à l'élève des problèmes variés tels que :
  - Un zoologiste soutient que, dans t années à compter d'aujourd'hui, la population d'une espèce sera donnée par $P(t) = 3800\left(\frac{2t+1}{t+3}\right)$, où $P(t)$ représente le nombre d'individus de l'espèce et t, le temps en années.
    a) Quel sera le rythme de croissance de cette population dans neuf ans?
    b) Quand le rythme de croissance sera-t-il de 800 individus/année? **(AM)**
- Résoudre avec l'élève quelques exemples semblables et lui assigner un devoir qui comprend des problèmes de taux de variation tirés de différentes applications qui font appel aux fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles ou logarithmiques (p. ex., taux de variation entre deux produits chimiques, taux de croissance dans le nombre de bactéries d'une population, taux de variation des coûts et des profits en économie, taux de variation d'un cercle ou d'une sphère par rapport au rayon, taux de variation de la densité linéaire, taux de variation de croissance et de désintégration exponentielle). **(AM)**
- Demander à l'élève de corriger le travail en équipe de deux ou de trois. **(EF)**
- Présenter, au besoin, la solution au tableau.

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 5.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève de déterminer le taux de variation d'une composition de fonctions qui comprend la dérivée en chaîne (p. ex., si $z = f(x)$ et $x = g(t)$, z est donc en fonction de t).

- Amener l'élève à prendre conscience qu'en déterminant le taux de variation instantané de z par rapport à t on obtient $\frac{dz}{dt} = \frac{dz}{dx} \bullet \frac{dx}{dt}$.

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 5.2 (MCB4U)

Problèmes de taux de variation liés

Description

Durée : 300 minutes

Dans cette activité, l'élève résout, à l'aide du concept de la dérivée, des problèmes de taux de variation liés comportant des fonctions polynômes et rationnelles.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attente : MCB4U-C-A.4

Contenu d'apprentissage : MCB4U-C-App.4

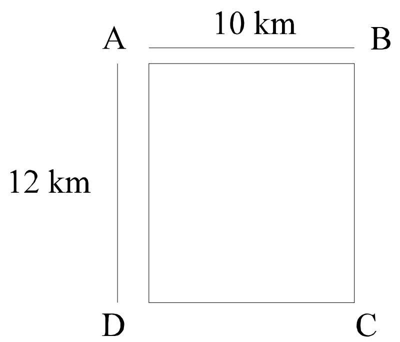
Notes de planification

- Préparer une série de questions qui portent sur les taux de variation de longueurs liés.
- Préparer une série de questions qui portent sur les taux de variation d'aires et de volumes liés.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève le problème ci-dessous et lui demander de le résoudre.
- Deux cyclistes parcourent, en partant du point *A,* le circuit autour du rectangle suivant :



Le premier cycliste amorce son trajet vers l'est à une vitesse de 24 km/h et le deuxième vers le sud à une vitesse de 30 km/h. Détermine la vitesse à laquelle s'éloignent ou se rapprochent ces cyclistes après :
a) 20 minutes.

b) 40 minutes.
c) 60 minutes. **(AM)**

- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et des stratégies utilisées. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Taux de variation de distance liés
- Revoir avec l'élève, à l'aide d'exemples, la dérivation implicite.
- Présenter à l'élève un problème tel que :
  - La voiture *A*, venant de l'est, s'approche d'un carrefour à une vitesse de 15 m/s, tandis que la voiture *B* s'éloigne, vers le nord, du même carrefour à une vitesse de 17 m/s. Au moment où *A* est à 30 m du carrefour et *B* à 40 m du carrefour, à quelle vitesse la distance entre les deux voitures change-t-elle? **(AM)**
- Faire remarquer à l'élève l'importance de bien schématiser le problème ainsi que d'expliquer la signification du signe dans un taux de variation (p. ex., - 15 m/s signifie que la distance de l'objet diminue de 15 mètres par seconde).
- Inviter l'élève à dériver implicitement la formule du théorème de Pythagore et à déterminer le taux de variation.
- Demander à l'élève d'indiquer la façon de déterminer la distance entre les deux voitures, lui faire résoudre le problème et en discuter. **(EF)**
- Faire remarquer l'importance de bien expliquer, dans le résultat, la signification du signe et de l'unité de mesure.
- Accomplir, avec l'élève, au tableau, quelques exemples semblables (p. ex., problèmes d'échelle et de cerf-volant). **(AM)**
- Reprendre avec l'élève le problème de la mise en situation et lui demander de le résoudre.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats. **(EF)**
- Assigner à l'élève un travail qui porte sur les taux de variation de distance liés.
- Corriger le travail au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**

Taux de variation d'aires et de volumes liés de cercles et de sphères
- Présenter à l'élève le problème suivant :
  - Tu laisses tomber un caillou dans l'eau, ce qui produit une onde circulaire dont le diamètre augmente à une vitesse de 2 m/s. Calcule le taux d'accroissement de l'aire intérieure à la vague lorsque le rayon est de 6 m. **(AM)**
- Demander à l'élève de choisir judicieusement la ou les formules appropriées et de résoudre le problème.
- Animer une mise en commun pour permettre à l'élève de faire part de ses résultats et des stratégies utilisées pour les obtenir. **(EF)**
- Présenter à l'élève d'autres problèmes qui comportent plusieurs étapes (p. ex., en fonction du taux d'accroissement du diamètre d'un ballon, trouve le taux d'accroissement de la surface lorsque le rayon, la surface ou le volume est donné). **(AM)**
- Assigner à l'élève, en devoir, des problèmes qui portent sur les taux de variation d'aires et de volumes liés de cercles et de sphères. **(AM)**
- Inviter l'élève à écrire sa solution au tableau et à l'expliquer au groupe-classe. **(EF)**

Taux de variation d'aires et de volumes liés de cônes et de cylindres

- Présenter à l'élève le problème suivant :
  - Un réservoir en forme de cône repose sur sa pointe. Sa hauteur est de 3 m et sa surface supérieure a un rayon de 1 m. On le vide au taux de 2 m^3/min. Détermine à quelle vitesse le niveau de l'eau descend-t-il lorsqu'il est à 2 m de la pointe du cône? **(AM)**
- Demander à l'élève de tracer un schéma et d'y écrire les données.
- Indiquer à l'élève de choisir la formule appropriée, de l'exprimer en fonction d'une seule variable à l'aide des triangles semblables et de résoudre le problème.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et, au besoin, présenter la solution. **(EF)**
- Présenter à l'élève un autre problème avec un cylindre afin de lui faire remarquer que le taux de variation du rayon par rapport au temps est nul puisque le rayon est constant dans le cylindre.
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur des problèmes de taux de variation d'aires et de volumes liés de cônes et de cylindres. **(AM)**
- Corriger le devoir au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**

Évaluation sommative

- Voir la section de l'évaluation sommative de l'activité 5.3.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Demander à l'élève de résoudre des problèmes impliquant des taux de variation de distance liés et des cônes obliques.

Annexes
(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

ACTIVITÉ 5.3 (MCB4U)

Problèmes d'optimisation

Description **Durée :** 300 minutes

Dans cette activité, l'élève résout, à l'aide du concept de la dérivée, des problèmes d'optimisation qui comportent des fonctions polynômes et rationnelles.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attente : MCB4U-C-A.4

Contenu d'apprentissage : MCB4U-C-App.3

Notes de planification

- Se procurer, pour chaque élève, une feuille de papier ou de carton dont les dimensions sont identiques.
- Préparer une série de problèmes d'optimisation.
- Préparer un exercice de révision qui comprend des concepts présentés lors des activités 5.1
  à 5.3 ainsi que le corrigé.
- Préparer une tâche d'évaluation sommative.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Remettre à chaque élève une feuille de papier ou de carton dont les dimensions sont identiques.
- Inviter l'élève à construire la plus grande boîte ouverte possible afin de pouvoir la remplir d'une quantité maximale de maïs soufflé. **(AM)**
- Remplir la boîte de chaque élève afin de noter, par ordre croissant, les différents volumes et d'indiquer les dimensions de chaque boîte. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Problèmes de périmètre, d'aire et de volume

- Revoir avec l'élève le concept de points critiques et la condition à remplir pour obtenir un point maximal ou minimal.
- Reprendre avec l'élève le problème de la mise en situation et le résoudre.
- Demander à l'élève d'énumérer les étapes à suivre pour résoudre ce genre de problèmes (p. ex., représenter graphiquement le problème et indiquer les variables, déterminer la quantité à optimiser, chercher des relations entre les variables, exprimer la quantité à optimiser en fonction d'une seule variable, analyser la fonction à optimiser à l'aide du test de la dérivée première ou du test de la dérivée seconde, formuler la réponse).
- Former des équipes de deux et donner à chacune quelques problèmes de périmètre, d'aire et de volume à résoudre (p. ex., enclos, aire d'une cannette).
- Corriger au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur des problèmes de périmètre, d'aire et de volume.
- Corriger le devoir au tableau. **(EF)**

Problèmes de distance et de temps

- Former des équipes de deux et leur présenter un problème tel que :
  - À 15 h, un navire marchand qui vogue vers le sud à 16 noeuds se trouve à 35 milles marins à l'est d'un patrouilleur qui file vers l'est à 21 noeuds. À quel moment ces deux bateaux seront-ils le plus près l'un de l'autre? **(AM)**
- Demander à l'élève de résoudre le problème.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et présenter la solution, au besoin. **(EF)**
- Présenter à l'élève un deuxième problème semblable et lui demander de le résoudre.
- Corriger au tableau en invitant l'élève à y écrire sa solution et à l'expliquer. **(EF)**
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur des problèmes semblables.
- Corriger le devoir au tableau. **(EF)**

Problèmes d'extremums en économie

- Former des équipes de deux et leur présenter un problème tel que :
  - Une agence de voyages propose une excursion à 200 $ par personne pour des groupes d'au plus 50 personnes. Si le nombre d'un groupe est supérieur à 50, l'agence réduit de 2 $ le prix du billet pour chaque personne qui s'ajoute. Détermine le nombre de personnes qui donnera un revenu maximal à l'agence. **(AM)**
- Faire résoudre le problème.
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats et, au besoin, présenter la solution. **(EF)**
- Présenter à l'élève un deuxième problème semblable et lui demander de le résoudre avec sa ou son partenaire.
- Inviter l'élève à présenter et à expliquer sa solution au groupe-classe. **(EF)**
- Assigner à l'élève un devoir qui porte sur des problèmes semblables (p. ex., coûts de production, profits). **(AM)**
- Corriger le devoir au tableau. **(EF)**

Révision des activités 5.1 à 5.3

- Remettre à l'élève un exercice de révision dont les problèmes touchent aux concepts présentés lors des activités 5.1 à 5.3.

- Inviter l'élève à corriger l'exercice à l'aide d'un corrigé. **(EF)**
- Inviter l'élève à rédiger, dans son cahier, un court texte sur les concepts acquis, ceux pour lesquels elle ou il éprouve des difficultés ainsi que les démarches à suivre pour les maîtriser. **(O)**
- Faire passer un test papier-crayon qui porte sur les problèmes de taux de variation, de taux de variation liés et d'optimisation. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions liées aux problèmes de taux de variation, de taux de variation liés et d'optimisation à l'aide d'un test papier-crayon et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :
  - Connaissance et compréhension
    - déterminer la vitesse et l'accélération en partant d'une fonction de déplacement;
    - calculer le taux de variation en se basant sur une équation;
    - déterminer la quantité optimale en s'inspirant de schémas et d'équations.
  - Réflexion, recherche et résolution de problèmes
    - résoudre des problèmes portant sur les taux de variation, les taux de variation liés et d'optimisation.
  - Communication
    - utiliser de façon appropriée le langage et les symboles mathématiques;
    - expliquer la signification du signe dans un résultat de taux de variation;
    - communiquer les étapes de son raisonnement par écrit.
  - Mise en application
    - déterminer le taux de variation d'accroissement de l'aire étant donnés l'aire et le rayon;
    - modéliser une situation permettant de déterminer une quantité optimale.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Inviter l'élève à apporter des produits quelconques en salle de classe (p. ex., boîte de céréales, cannette de boisson gazeuse) et discuter des dimensions étant donné un volume afin d'appliquer les connaissances acquises dans cette activité.
- Faire déterminer si les compagnies qui commercialisent ces produits utilisent des contenants de volume maximal.

Annexes

(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

Annexe MCB4U5.3.1 : Grille d'évaluation adaptée - Taux de variation et optimisation

Grille d'évaluation adaptée - Taux de variation et optimisation **Annexe MCB4U 5.3.1**

Type d'évaluation : diagnostique 9 formative 9 sommative :				
Compétences et critères	***50 - 59 %*** ***Niveau 1***	***60 - 69 %*** ***Niveau 2***	***70 - 79 %*** ***Niveau 3***	***80 - 100 %*** ***Niveau 4***

Connaissance et compréhension				
L'élève - détermine la vitesse et l'accélération en partant d'une fonction de déplacement. - calcule le taux de variation en se basant sur une équation. - détermine la quantité optimale en s'inspirant de schémas et d'équations.	L'élève démontre une **compréhension limitée** des concepts et exécute **uniquement** des algorithmes **simples par écrit et à l'aide d'un outil technologique**.	L'élève démontre une **compréhension partielle** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec une certaine exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension générale** des concepts et exécute des algorithmes **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.	L'élève démontre une **compréhension approfondie** des concepts, choisit l'algorithme **le plus efficace** et l'exécute **par écrit, mentalement et à l'aide d'un outil technologique, avec exactitude**.
Réflexion, recherche et résolution de problèmes				
L'élève - résout des problèmes qui portent sur les taux de variation, les taux de variation liés et d'optimisation.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une efficacité limitée**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **d'une certaine complexité**, avance des raisonnements **simples** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une certaine efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **d'une certaine complexité** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une grande efficacité**.	L'élève suit des raisonnements mathématiques **complexes**, juge de la validité du raisonnement, avance des raisonnements **complexes** et applique les étapes de résolution de problèmes **avec une très grande efficacité et pose des questions susceptibles d'élargir la réflexion**.

Communication				
L’élève - utilise la langue et les symboles mathématiques appropriés. - explique la signification du signe dans un résultat de taux de variation. - communique les étapes de son raisonnement par écrit.	L’élève utilise **rarement** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec peu de clarté** et en donnant des explications **limitées**.	L’élève utilise **parfois** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité**, et communique des raisonnements **avec une certaine clarté** et en donnant **certaines** explications.	L’élève utilise **souvent** la langue et les symboles mathématiques **avec efficacité** et communique des raisonnements **avec une grande clarté** et en donnant des explications **substantielles**.	L’élève utilise **toujours ou presque toujours** la langue et les symboles mathématiques **avec une grande efficacité**, et communique des raisonnements **avec une très grande clarté** et concision et en donnant des explications **complètes**.
Mise en application				
L’élève - détermine le taux de variation d’accroissement de l’aire étant donnés l’aire et le rayon. - modélise une situation qui permet de déterminer une quantité optimale.	L’élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **simples dans des contextes familiers**.	L’élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **d’une certaine complexité dans des contextes familiers**.	L’élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers** et reconnaît les principaux concepts et procédés portant sur l’application **à des contextes peu familiers**.	L’élève applique les concepts et procédés pour résoudre des problèmes **complexes dans des contextes familiers et peu familiers**.
Remarque : L’élève dont le rendement est en deçà du niveau 1 (moins de 50 %) n’a pas satisfait aux attentes pour cette tâche.				

ACTIVITÉ 5.4 (MCB4U)

Modélisation

escription **Durée :** 300 minutes

Dans cette activité, l'élève détermine et compare les caractéristiques de modèles afin de prédire les tendances futures d'un phénomène. Elle ou il rédige une question qui traite de cette situation, résout le problème à l'aide des techniques du calcul différentiel et communique ses résultats.

Domaines, attentes et contenus d'apprentissage

Domaine : Concept de la dérivée

Attente : MCB4U-C-A.6

Contenus d'apprentissage : MCB4U-C-Usa.1 - 2 - 3 - 4 - 5

Notes de planification

- Préparer le matériel nécessaire pour effectuer l'expérience.
- Préparer une grille qui comporte les critères d'évaluation des présentations orale et écrite.

Déroulement de l'activité

Mise en situation

- Présenter à l'élève le tableau de valeurs ci-dessous; celui-ci représente la relation entre la distance parcourue par un cylindre vide qui roule sur une rampe en fonction du temps (les données, obtenues à l'aide d'un CBR, sont expérimentales).

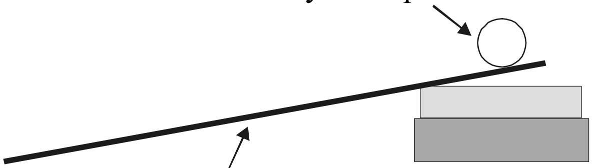
t (s)	0,0000	0,0808	0,1616	0,2424	0,3232	0,4040	0,4848	0,5656	0,6464	0,7272
d (m)	0,0389	0,0461	0,0605	0,0857	0,1289	0,2009	0,2802	0,3846	0,5034	0,6331
t (s)	0,8080	0,8888	0.9696	1,0504	1,1312	1,2120	1,2928	1,3736	1,4544	1,5352
d (m)	0,7879	0,9500	1,1264	1,3173	1,5189	1,7422	1,9835	2,2355	2,5020	2,7649

- Faire calculer les premières et les deuxièmes différences en rappelant que les données sont expérimentales.

- Faire modéliser la situation à l'aide d'une fonction et faire vérifier le modèle mathématique à l'aide de la calculatrice à capacité graphique en le comparant aux données du tableau de valeurs.
- Discuter des résultats obtenus. **(ED)**

Expérimentation/Exploration/Manipulation

Modélisation
- Former des équipes de trois ou de quatre élèves.
- Remettre à chaque équipe le matériel nécessaire pour accomplir l'expérience (rampe graduée à intervalle de 15 à 20 cm, boîte de conserve ou contenant cylindrique, livres pour surélever la rampe, chronomètres).
- Inviter d'abord l'élève à disposer l'équipement tel qu'il est illustré ci-dessous, puis à réaliser l'expérience et à noter ses résultats dans un tableau de valeurs.



- Faire répéter l'expérience afin de vérifier la validité des données.
- Demander à l'élève de modéliser la situation en se basant sur les résultats obtenus.
- Demander à l'élève d'utiliser certaines techniques du calcul différentiel afin de tirer des conclusions au sujet du modèle (p. ex., taux de variation moyen, taux de variation instantané).
- Demander à l'élève d'émettre une hypothèse quant aux tendances du modèle.
- Inviter l'élève à préparer un rapport qui porte sur l'expérience (p. ex., tableau de valeurs, graphiques, équations, hypothèses, techniques de calcul différentiel utilisées).
- Inviter une équipe à présenter son rapport. **(EF)**
- Animer une mise en commun afin de permettre à l'élève de faire part de ses résultats, de les comparer avec ceux des autres équipes et de discuter du rapport.

Projet de recherche
- Former des équipes de trois ou de quatre élèves.
- Demander à l'élève d'effectuer une recherche (p. ex., dans Internet, manuel pédagogique de sciences) afin de trouver une situation qui peut être modélisée mathématiquement et qui peut être analysée par des techniques de calcul différentiel (p. ex., réservoir qui se vide, hauteur des rebonds d'une balle, accroissement d'une population, dégonflement d'un pneu, refroidissement d'un liquide).
- Faire modéliser la situation trouvée en demandant à l'élève de reprendre les mêmes étapes que celles de l'expérience précédente.
- Remettre à l'élève une grille qui comporte les critères d'évaluation de ses présentations orale et écrite.
- Demander à l'élève d'effectuer, devant ses pairs, une présentation orale qui comprend le problème soulevé par la situation initiale, l'hypothèse émise, les calculs et les résultats de

même que les recommandations, s'il y a lieu, et de remettre à l'enseignant ou à l'enseignante la version écrite de son travail aux fins d'évaluation. **(ES)**

Évaluation sommative

- Évaluer les notions liées à l'application, dans le cadre d'un projet de recherche, du calcul différentiel à la modélisation d'une situation, à l'aide de présentations orale et écrite et en utilisant une grille d'évaluation adaptée comportant des critères précis de rendement en fonction des quatre compétences ci-dessous. L'élève doit pouvoir :
  - Connaissance et compréhension
    - relever les caractéristiques d'un modèle.
  - Réflexion, recherche et résolution de problèmes
    - effectuer une recherche afin de déterminer une situation à modéliser portant sur le calcul différentiel;
    - analyser l'information dans le but de déterminer les modèles à utiliser;
    - porter un jugement concernant la vraisemblance des résultats.
  - Communication
    - communiquer oralement et par écrit sa recherche de façon claire et précise.
  - Mise en application
    - modéliser la situation choisie;
    - utiliser des techniques de calcul différentiel pour analyser la situation donnée.

Activités complémentaires/Réinvestissement

- Proposer à l'élève d'utiliser une situation pouvant être modélisée par une fonction trigonométrique (p. ex., pendule, affluence à une intersection selon diverses heures de la journée).

Annexes
(espace réservé à l'enseignant ou à l'enseignante pour l'ajout de ses propres annexes)

TABLEAU DES ATTENTES ET DES CONTENUS D'APPRENTISSAGE

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		**Unités**				
Domaine : Étude de fonctions		1	2	3	4	5
Attentes						
MCB4U-E-A.1	déterminer, par exploration, les caractéristiques des représentations graphiques des fonctions polynômes de divers degrés.	1.1 1.3				
MCB4U-E-A.2	manipuler algébriquement les polynômes avec aisance.	1.1 1.2 1.3 1.4 1.5				
MCB4U-E-A.3	démontrer une compréhension de la croissance et de la décroissance exponentielles.		2.2 2.3			
MCB4U-E-A.4	définir les fonctions logarithmiques et les utiliser dans des applications.		2.4 2.5			
MCB4U-E-A.5	démontrer une compréhension de la composition de fonctions.		2.1			
Contenus d'apprentissage : Liens entre la représentation graphique et les fonctions polynômes						
MCB4U-E-Lien.1	déterminer par exploration, à l'aide d'une calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel équivalent, les caractéristiques des représentations graphiques des fonctions polynômes (p. ex., déterminer l'effet du degré de la fonction polynôme sur sa représentation graphique, l'effet de varier les coefficients d'une fonction polynôme, le genre et le nombre d'abscisses à l'origine, le nombre d'extremums, la symétrie, l'allure générale).	1.1 1.3				
MCB4U-E-Lien.2	décrire les caractéristiques de fonctions polynômes de degré supérieur à 2 à partir des différences de son tableau de valeurs.	1.1 1.3				
MCB4U-E-Lien.3	comparer les caractéristiques observées dans les fonctions polynômes de degré supérieur à 2 à celles observées dans les fonctions du premier et du second degré.	1.1 1.3				
MCB4U-E-Lien.4	esquisser la représentation graphique d'une fonction polynôme dont l'équation est sous forme factorisée.	1.1 1.3				

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Étude de fonctions		1	2	3	4	5
MCB4U-E-Lien.5	déterminer l'équation de la courbe représentative donnée d'une fonction polynôme à l'aide de méthodes appropriées (p. ex., les abscisses à l'origine, par tâtonnements en utilisant une calculatrice à capacité graphique ou un logiciel équivalent et à partir des différences de son tableau de valeurs).	1.1 1.3				
Contenus d'apprentissage : Aspects algébriques						
MCB4U-E-Asp.1	démontrer une compréhension du théorème du reste et du théorème du facteur.	1.2				
MCB4U-E-Asp.2	factoriser des polynômes de degré supérieur à 2 à l'aide du théorème du facteur.	1.2				
MCB4U-E-Asp.3	déterminer les racines réelles ou complexes d'équations algébriques de degré supérieur à 2, par factorisation.	1.2 1.3 1.4				
MCB4U-E-Asp.4	déterminer, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel équivalent, les zéros d'une fonction polynôme qui ne peut pas être factorisée et les relier à la courbe associée.	1.4				
MCB4U-E-Asp.5	écrire l'équation des fonctions polynômes dont les zéros réels ou complexes sont donnés [p. ex., la fonction polynôme dont les zéros tous distincts sont 5,-3 et -2 est définie par l'équation $f(x) = k(x-5)(x+3)(x+2), k \in R$].	1.1 1.3 1.4				
MCB4U-E-Asp.6	exprimer des distances et des intervalles en utilisant la valeur absolue.	1.5				
MCB4U-E-Asp.7	résoudre des inéquations algébriques décomposables en facteurs.	1.5				
MCB4U-E-Asp.8	résoudre, à l'aide de la calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel équivalent, des inéquations algébriques qui ne peuvent pas être factorisées, en ayant recours à la représentation graphique des fonctions correspondantes et en identifiant les intervalles situés au-dessus et au-dessous de l'axe des *x*.	1.5				
MCB4U-E-Asp.9	résoudre des problèmes portant sur des prolongements abstraits d'algorithmes [p. ex., un problème associé à la nature des racines d'une équation algébrique : déterminer l'équation dont les racines proviennent de $h + k$ et hk , sachant que h et k sont les racines de l'équation $3x^2 + 28x - 20 = 0$; un problème associé au théorème du facteur : quelles sont les valeurs de k pour lesquelles $f(x) = x^3 + 6x^2 + kx - 4$ admet le même reste lorsqu'il est divisé par $x - 1$ ou par $x + 2$?].	1.2 1.4 1.5				

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Étude de fonctions		1	2	3	4	5
Contenus d'apprentissage : Caractéristiques des fonctions exponentielles						
MCB4U-E-Car.1	déterminer par exploration, à l'aide d'une calculatrice à capacité graphique ou d'un logiciel équivalent, les principales caractéristiques des fonctions exponentielles définies par a^x $(a > 0, a \neq 1)$ et leurs graphiques (p. ex., le domaine est l'ensemble des nombres réels; l'image est l'ensemble des nombres réels positifs, la fonction croît ou décroît pour toutes valeurs de *x*, l'axe des *x* est l'asymptote du graphique et l'ordonnée à l'origine est 1).		2.2			
MCB4U-E-Car.2	décrire graphiquement l'effet de la variation d'un des paramètres *a*, *b* et *c* de l'équation $y = ca^x + b$.		2.2			
MCB4U-E-Car.3	comparer le taux de variation des graphiques des fonctions exponentielles aux taux des fonctions non exponentielles (p. ex., celles définies par les équations $y = 2x, y = x^2$, $y = 2^x$ et $y = x^{\frac{1}{2}}$).		2.2			
MCB4U-E-Car.4	interpréter des situations tirées de différents domaines ayant trait à la croissance et la décroissance exponentielles en utilisant différentes représentations (p. ex., un tableau de valeurs, un graphique).		2.3			
MCB4U-E-Car.5	formuler et résoudre des problèmes tirés de diverses applications pouvant être modélisées par une fonction exponentielle et communiquer les étapes de son raisonnement, de façon claire en les justifiant.		2.3			
Contenus d'apprentissage : Définition et applications des fonctions logarithmiques						
MCB4U-E-Déf.1	associer la fonction logarithmique $\log_a x (a > 1)$ à la réciproque de la fonction exponentielle a^x et en comparer les caractéristiques.		2.4			
MCB4U-E-Déf.2	exprimer des équations logarithmiques sous la forme d'équations exponentielles et vice versa.		2.4			
MCB4U-E-Déf.3	simplifier et évaluer des expressions logarithmiques.		2.4			
MCB4U-E-Déf.4	résoudre des équations exponentielles et logarithmiques à l'aide des lois des logarithmes.		2.5			
MCB4U-E-Déf.5	résoudre des problèmes simples ayant trait à des échelles logarithmiques (p. ex., l'échelle de Richter, l'échelle du pH, l'échelle décibel).		2.4 2.5			
Contenus d'apprentissage : Composition de fonctions						

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Étude de fonctions		1	2	3	4	5
MCB4U-E-Comp.1	interpréter la composition de deux fonctions, f suivie de g, comme étant la fonction définie par $g(f(x))$.		2.1			
MCB4U-E-Comp.2	démontrer qu'il ou elle comprend que la composition de deux fonctions est seulement possible s'il existe une compatibilité entre le domaine de l'une et l'image de l'autre.		2.1			
MCB4U-E-Comp.3	déterminer la composition de deux fonctions exprimée en notation fonctionnelle.		2.1			
MCB4U-E-Comp.4	décrire les fonctions de base formant une fonction composée donnée		2.1			
MCB4U-E-Comp.5	décrire la composée d'une fonction et de sa réciproque [c.-à-d. $f(f^{-1}(x)) = x$].		2.1			

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes		1	2	3	4	5
Attentes						
MCB4U-T-A.1	déterminer et interpréter les taux de variation de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et des sciences sociales.			3.2 3.4 3.5		
MCB4U-T-A.2	démontrer une compréhension de l'aspect graphique de la dérivée.			3.1 3.4 3.5		
MCB4U-T-A.3	démontrer une compréhension de la relation entre la dérivée d'une fonction et les caractéristiques de sa courbe représentative.				4.5	
Contenus d'apprentissage : Taux de variation						
MCB4U-T-Taux.1	poser des problèmes et formuler des hypothèses portant sur des taux de variation dans le domaine des sciences naturelles et des sciences sociales.			3.2		
MCB4U-T-Taux.2	calculer et interpréter des taux moyens de variation à partir de différentes représentations (p. ex., équation, tableau de valeurs, représentation graphique) de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et sociales.			3.2 3.4 3.5		
MCB4U-T-Taux.3	estimer et interpréter des taux instantanés de variation à partir de différentes représentations (p. ex., équation, tableau de valeurs, représentation graphique) de fonctions tirées du domaine des sciences naturelles et sociales.			3.2 3.4 3.5		
MCB4U-T-Taux.4	expliquer, en situation et en général, la différence entre des taux moyens de variation et des taux instantanés de variation.			3.2 3.5		
MCB4U-T-Taux.5	tirer des conclusions à partir de différentes représentations d'une situation pour les taux de variation et les comparer aux hypothèses initiales.			3.2		
Contenus d'apprentissage : Aspect graphique de la dérivée						
MCB4U-T-Asp.1	démontrer qu'il ou elle comprend que la pente d'une sécante sur une courbe représente le taux moyen de variation d'une fonction dans un intervalle donné et que la pente de la tangente en un point donné sur une courbe représente le taux instantané de variation d'une fonction en ce point.			3.1		
MCB4U-T-Asp.2	démontrer qu'il ou elle comprend que la pente de la tangente en un point sur une courbe est la position limite de la pente d'une suite de sécantes.			3.4		

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Taux de variation et caractéristiques de courbes		1	2	3	4	5
MCB4U-T-Asp.3	démontrer qu'il ou elle comprend que le taux instantané de variation d'une fonction en un point est la position limite d'une suite de taux moyens de variation.			3.4		
MCB4U-T-Asp.4	démontrer qu'il ou elle comprend que la dérivée d'une fonction en un point est le taux instantané de variation ou la pente de la tangente du graphique de la fonction en ce point.			3.4 3.5		
Contenus d'apprentissage : Représentation graphique de fonctions						
MCB4U-T-Rep.1	décrire les caractéristiques principales d'un graphique d'une fonction, notamment les intervalles de croissance et de décroissance, les points critiques, les points d'inflexion et les intervalles de concavité.				4.5	
MCB4U-T-Rep.2	identifier la nature du taux de variation d'une fonction donnée ainsi que celle du taux de variation du taux de variation à l'allure générale de sa représentation graphique.				4.5	
MCB4U-T-Rep.3	esquisser, sans l'aide de la technologie, le graphique de la dérivée d'un graphique donné.				4.5	

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Concept de la dérivée		1	2	3	4	5
Attentes						
MCB4U-C-A.1	démontrer une compréhension de la définition de base d'une dérivée.			3.3 3.4 3.5		
MCB4U-C-A.2	déterminer les dérivées d'une fonction donnée en utilisant différentes techniques.				4.1 4.2	
MCB4U-C-A.3	déterminer les dérivées de fonctions exponentielles et logarithmiques.				4.3	
MCB4U-C-A.4	résoudre une variété de problèmes en utilisant les techniques de calcul différentiel.			3.1 3.4 3.5	4.1 4.2	5.1 5.2 5.3
MCB4U-C-A.5	esquisser la représentation graphique d'une fonction polynôme, rationnelle et exponentielle.				4.2 4.4 4.5	
MCB4U-C-A.6	analyser des fonctions en utilisant le calcul différentiel.					5.4
Contenus d'apprentissage : Définition de base d'une dérivée						
MCB4U-C-Déf.1	déterminer les limites d'une fonction polynôme, rationnelle et exponentielle.			3.3 3.5		
MCB4U-C-Déf.2	associer certaines limites à des aspects particuliers de la représentation graphique de fonctions [p. ex., $\lim_{x \to 5} \frac{x^2 - 25}{x - 5}$ nous informe de l'existence d'un trou au point (5, 10)].			3.3		
MCB4U-C-Déf.3	indiquer des exemples de fonctions discontinues et identifier les types de discontinuités.			3.3 3.5		
MCB4U-C-Déf.4	déterminer la dérivée de fonctions polynômes et rationnelles simples à partir des définitions de base $f'(x) = \lim_{h \to 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ et $f'(a) = \lim_{x \to a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a}$.			3.4 3.5		
MCB4U-C-Déf.5	indiquer les valeurs pour lesquelles une fonction n'est pas dérivable.			3.4 3.5		

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Concept de la dérivée		1	2	3	4	5
Contenus d'apprentissage : Techniques de dérivation						
MCB4U-C-Tech.1	établir les règles pour la dérivée d'une constante, d'une puissance, d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de fonctions et d'une fonction composée (dérivée en chaîne).				4.1	
MCB4U-C-Tech.2	déterminer la dérivée de fonctions polynômes et rationnelles à partir des règles de la dérivée d'une constante, d'une puissance, d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de fonctions et d'une fonction composée (dérivée en chaîne).				4.1	
MCB4U-C-Tech.3	déterminer la dérivée seconde.				4.2	
MCB4U-C-Tech.4	déterminer des dérivées simples par différenciation implicite (p. ex., $4x^2 + 9y^2 = 36$).				4.2	
Contenus d'apprentissage : Dérivées de fonctions exponentielles et logarithmiques						
MCB4U-C-Dér.1	définir le nombre *e* comme étant $\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{1}{n}\right)^n$ et calculer la limite par des méthodes informelles.				4.3	
MCB4U-C-Dér.2	associer ln *x* à la réciproque de la fonction e^x .				4.3	
MCB4U-C-Dér.3	développer les dérivées des fonctions exponentielles a^x et e^x et des fonctions logarithmiques $\log_a x$ et $\ln x$.				4.3	
MCB4U-C-Dér.4	déterminer les dérivées de combinaisons simples de différentes fonctions polynômes, rationnelles, exponentielles et logarithmiques à partir des règles de la dérivée d'une somme, d'une différence, d'un produit, d'un quotient de fonctions et d'une fonction composée.				4.3	
Contenus d'apprentissage : Applications						
MCB4U-C-App.1	déterminer l'équation d'une tangente à la courbe représentative d'une fonction polynôme, rationnelle, exponentielle ou logarithmique, ou à une section conique.			3.1 3.4 3.5	4.1 4.2	
MCB4U-C-App.2	résoudre des problèmes portant sur les taux de variation tirés d'une variété d'applications (y compris les problèmes de déplacement, de vecteur-vitesse et d'accélération) comportant une fonction polynôme, rationnelle, exponentielle ou logarithmique.				4.1 4.2	5.1
MCB4U-C-App.3	résoudre des problèmes d'optimisation comportant des fonctions polynômes et rationnelles.					5.3

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Concept de la dérivée		1	2	3	4	5
MCB4U-C-App.4	résoudre des problèmes de taux comportant des fonctions polynômes et rationnelles.					5.2
Contenus d'apprentissage : Esquisses de courbes de fonctions polynômes, rationnelles et exponentielles						
MCB4U-C-Esq.1	déterminer, à partir de l'équation d'une fonction rationnelle, les asymptotes (verticales, horizontales ou obliques) et les coordonnées à l'origine de courbes représentant la fonction.				4.4	
MCB4U-C-Esq.2	déterminer, à partir de l'équation d'une fonction polynôme, rationnelle ou exponentielle, les principales caractéristiques de la représentation graphique de la fonction (c.-à-d. les intervalles de croissance et de décroissance, les points critiques, les points d'inflexion et les intervalles de concavité) en utilisant les techniques de calcul différentiel, et esquisser la représentation graphique à la main.				4.5	
MCB4U-C-Esq.3	déterminer, à partir de l'équation d'une combinaison simple de fonctions polynômes, rationnelles et exponentielles [p. ex. $f(x) = \frac{e^x}{x}$], les caractéristiques de la combinaison en utilisant les techniques de calcul différentiel et esquisser la représentation graphique à la main.				4.5	
MCB4U-C-Esq.4	esquisser la représentation graphique des première et deuxième dérivées à partir de la représentation graphique de la fonction donnée.				4.2	
MCB4U-C-Esq.5	esquisser la représentation graphique d'une fonction à partir de la représentation graphique de sa dérivée.				4.5	

FONCTIONS AVANCÉES ET INTRODUCTION AU CALCUL DIFFÉRENTIEL		Unités				
Domaine : Concept de la dérivée		1	2	3	4	5
Contenus d'apprentissage : Usage du calcul différentiel						
MCB4U-C-Usa.1	déterminer, à l'aide des techniques du calcul différentiel, les caractéristiques d'un modèle pour des situations tirées du domaine des sciences naturelles et des sciences sociales.					5.4
MCB4U-C-Usa.2	comparer les caractéristiques d'un modèle mathématique aux caractéristiques des données qu'il représente.					5.4
MCB4U-C-Usa.3	prédire, en situation, les tendances futures d'un phénomène en extrapolant à partir d'un modèle mathématique d'une fonction.					5.4
MCB4U-C-Usa.4	rédiger une question reliée à une situation et y répondre en ayant recours à des modèles mathématiques, à l'aide des techniques du calcul différentiel.					5.4
MCB4U-C-Usa.5	communiquer ses résultats de façon claire et précise en intégrant efficacement texte et représentations mathématiques.					5.4