Unité 6 Trigonométrie

Plan de leçons

Vue d'ensemble des contenus d'apprentissage

L'élève doit pouvoir :

- améliorer sa compréhension des rapports trigonométriques de base, des lois des sinus et du cosinus, en utilisant les systèmes métrique et impérial appropriés;
- étendre sa compréhension des rapports trigonométriques aux angles obtus;
- recourir aux lois des sinus et du cosinus pour résoudre des problèmes se rapportant aux triangles obliques (cas non ambigus seulement).

Jour	Titre de la leçon	Objectifs d'apprentissage en mathématiques	Attentes et contenus d'apprentissage
1		• Activer les connaissances antérieures à l'aide d'une activité graffiti; théorème de Pythagore, rapport sinus, rapport cosinus, rapport tangente, loi des sinus, loi du cosinus (angles aigus). • Résoudre des problèmes se rapportant aux rapports trigonométriques de base comprenant des mesures impériales.	GT2.1
2	Vos côtes sont-elles sécuritaires? *leçon incluse*	• Explorer des applications de mesures impériales en utilisant un clinomètre.	GT2.1
3		• Résoudre des problèmes se rapportant à la loi des sinus et comprenant des mesures impériales.	GT2.1
4		• Résoudre des problèmes se rapportant à la loi du cosinus et comprenant des mesures impériales.	GT2.1
5		• Résoudre des problèmes se rapportant aux rapports trigonométriques, à la loi des sinus et à la loi du cosinus et comprenant des mesures impériales.	GT2.1
6	Rapports trigonométriques de base et les angles obtus *leçon incluse*	• Examiner les liens entre les rapports trigonométriques d'angles aigus et obtus. • Déterminer la valeur des rapports sinus, cosinus et tangente d'angles obtus.	GT2.2, GT2.3
7		• Résoudre des problèmes comprenant des angles obliques dans le cadre d'applications tirées de la vie courante, utilisant la loi des sinus (en excluant les cas ambigus).	GT2.4
8		• Résoudre des problèmes comprenant des angles obliques dans le cadre d'applications tirées de la vie courante, utilisant la loi du cosinus.	GT2.4
9		• Résoudre des problèmes comprenant des angles obliques dans le cadre d'applications tirées de la vie courante, utilisant la loi des sinus ou la loi du cosinus (en excluant les cas ambigus).	GT2.4
	Construisons un pavillon! *Tâche incluse*	Tâche sommative • Faire appel à ses connaissances en trigonométrie pour calculer l'aire de figures polygonales et déterminer la longueur des côtés manquants.	GT1.2, GT2.4, GT2.1

Unité 6 : Jour 2 : Les côtes sont-elles sécuritaires?			
Appropriation : 15 Exécution : 45 Renforcement : 15 Total = 75 min	**Objectif d'apprentissage en mathématiques** • Explorer des applications de mesures impériales en utilisant un clinomètre.		**Matériel** • rapporteurs • mètre gradué • ruban à mesurer • pailles • corde • petite masse • projecteur de données et ordinateur • FR6.2.1 • FR6.2.2
	Occasions d'évaluation		
Appropriation	**Penser à deux → Remue-méninges** Discuter de la façon dont la trigonométrie permet de déterminer une hauteur inaccessible. Grouper les élèves par deux et leur demander de faire un remue-méninges sur les situations où l'on pourrait déterminer des hauteurs, des distances et des angles, à l'aide de la trigonométrie. Demander à chaque groupe de donner au moins un exemple au groupe-classe. **Groupe-classe → Présentation directives de l'activité** Expliquer l'emploi du clinomètre et les directives de l'activité à l'aide d'un document *PowerPoint*. Encourager les élèves à poser des questions et à discuter des différents usages. La seconde partie de la présentation porte sur les directives pour terminer l'activité. Les élèves ne recevront pas de feuilles de directives. S'assurer qu'elles et ils prennent des notes sur l'activité au cours de la présentation.		Fichier *PowerPoint* : MAP_U6L2PPT1 Vous pouvez choisir de leur faire construire leur propre clinomètre avant d'aller à l'extérieur ou vous pouvez avoir des clinomètres déjà prêts. Note : Vous devrez être un peu créatif s'il n'y a pas de côtes près de votre école. Vous pourriez demander aux élèves de déterminer si l'on peut construire une rampe au lieu d'une cage d'escaliers ou quelque chose de semblable.
Exécution	**Petits groupes → Activité à l'extérieur** Grouper les élèves par trois. Assigner à chaque groupe une côte à mesurer dans le voisinage. Le document FR6.2.1 pourra être utilisé pour aider les élèves à organiser leurs résultats. **Habiletés d'apprentissage/Observation/Liste à cocher :** Évaluer le travail d'équipe en circulant dans la classe. **Processus mathématique important : Établissement de liens –** Les élèves feront des liens entre les procédures trigonométriques et les applications tirées de la vie courante.		
Renforcement	**Groupe-classe → Présentation des groupes** Demander à chaque groupe de présenter son travail. Les élèves devraient aussi discuter des difficultés qu'elles et ils ont rencontrées en prenant leurs mesures et en faisant leurs calculs.		
Application	**Pratique autonome ou renforcement** Faire les activités de la FR6.2.2.		

6.2.1 Rapport de planification municipale

<table>
<tr><td colspan="2">Lieu de la côte :</td></tr>
<tr><td colspan="2">Diagramme de la côte :</td></tr>
<tr><td>Calcul de la côte (en pieds) :

Hauteur verticale (a) :

Longueur horizontale (b) :</td><td>Calcul du modèle à l’échelle (en pouces) :

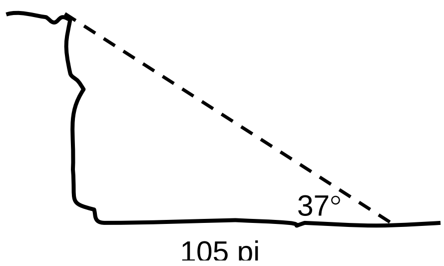
Hauteur verticale (a1) :

Longueur horizontale (b1) :</td></tr>
<tr><td>Calcul de la pente de la côte</td><td>Est-ce sécuritaire?</td></tr>
</table>

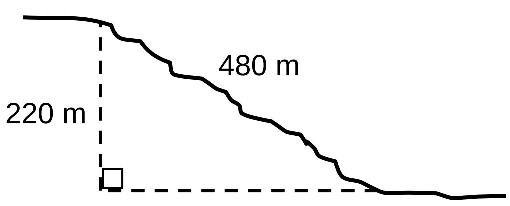
6.2.2 Applications du clinomètre et de la trigonométrie

Réponds aux questions ci-dessous sur des feuilles à part. Pour chaque question, crée un diagramme s'il n'est pas déjà fourni.

1) Sarah est géologue; elle veut tracer la topographie d'un canyon. Elle se tient dans le canyon et veut déterminer la hauteur du mur de la falaise. Elle se tient à 105 pieds de la base de la falaise et utilise un clinomètre pour observer le haut de la falaise. L'angle d'élévation est de 37°. Quelle est la hauteur du canyon?



2) La pente de ski du mont Pierre mesure 480 m de long. Sa hauteur verticale est de 220 m. Cette pente présente-t-elle un risque d'avalanches? Rappelle-toi qu'une pente ayant un angle d'élévation se situant entre 25° et 45° comporte un risque accru d'avalanches.



3) Kayla est architecte pour le compte d'une épicerie nouvellement aménagée. Elle doit concevoir une rampe d'accès pour les fauteuils roulants qui montera de 2,5 pieds de haut. L'angle sécuritaire pour une rampe d'accès se situe entre 0° et 5°. Détermine la longueur approximative de la rampe. Trace un diagramme et montre tes calculs.

4) Georges est spéléologue. Il veut déterminer la hauteur maximale du plafond de la caverne. Il se tient directement sous le point le plus haut. Il marche en ligne droite sur une distance de 60 pieds, utilise son clinomètre et note l'angle d'inclinaison du point le plus haut, 43°. Quelle est la hauteur du point le plus haut de la caverne?

5) Thomas vient d'acheter un terrain près d'un lac. Il veut y construire un chalet. Le terrain compte une pente abrupte et Thomas veut en déterminer l'angle. Il te demande de lui indiquer la façon de s'y prendre. Écris une entrée de journal expliquant à Thomas la marche à suivre.

Unité 6 : Jour 6 : Rapports trigonométriques de base et les angles obtus		
Appropriation : 15 Exécution : 45 Renforcement : 15 Total = 75 min	**Objectifs d'apprentissage en mathématiques** • Examiner les liens entre les rapports trigonométriques d'angles aigus et obtus. • Déterminer la valeur des rapports sinus, cosinus et tangente d'angles obtus.	**Matériel** • FR6.6.1 • FR6.6.2 • *Cybergéomètre*

	Occasions d'évaluation	
Appropriation	**En groupe → Mosaïque** Exposer le concept de la leçon d'aujourd'hui - appliquer les rapports trigonométriques d'angles obtus. Les élèves prennent quelques minutes pour réfléchir individuellement et noter dans leur section de la mosaïque ce qu'elles et ils savent de la trigonométrie des triangles rectangles et de son utilisation pour résoudre des problèmes. (FR6.6.1) Les élèves résument leurs idées exprimées et les écrivent au centre de la mosaïque. **Groupe-classe → Discussion et Note** Animer une discussion en classe portant sur les éléments inscrits dans la mosaïque. Fournir aux élèves des notes sur la terminologie des angles en position standard (un côté sur l'axe positif des x, le sommet à l'origine et l'angle mesuré entre le côté initial et le côté terminal dans le sens antihoraire). **Processus mathématique important : Établissement de liens –** Les élèves formulent une hypothèse fondée sur leurs connaissances antérieures de la trigonométrie des triangles. **Habileté d'apprentissage (Travail d'équipe)/Observation :** Observer et noter la collaboration des élèves.	*Littératie en tête. Stratégie...* mosaïque Rendre le document U6L6CYBER1 accessible aux élèves. Se reporter aux notes de l'enseignant ou de l'enseignante FR 6.6.2 pour une exploration papier, crayon si le *Cybergéomètre* n'est pas disponible. Une présentation avec le projecteur serait bénéfique dans ce cas. Vous pouvez ajouter les rapports trigonométriques à un diagramme de *Cybergéomètre* après l'exploration et montrer aux élèves que leurs conclusions sont vraies pour tous les angles obtus.
Exécution	**Individuellement ou en groupes de deux → Exploration** Les élèves travaillent individuellement ou en groupes de deux selon la disponibilité des ordinateurs. Distribuer la FR6.6.2 aux élèves et leur indiquer où se trouve le document U6L6CYBER1. Circuler et s'assurer que les élèves font les bons liens. **Attentes/Commentaires anecdotiques :** Observer les élèves et faire des commentaires anecdotiques pendant qu'elles et ils font de l'exploration. **Processus mathématique important : Raisonnement –** Les élèves découvrent les relations qui existent entre les rapports trigonométriques d'angles aigus et obtus. Formuler des remarques, clarifier ce que sont les régularités et justifier ses réponses.	

	Renforcement	**<u>En groupe →Mosaïque</u>** Demander aux élèves de retourner dans leur groupe de départ, de réfléchir à l'exploration et de modifier, s'il y a lieu, leur mosaïque. **<u>Groupe-classe → Discussion et renforcement</u>** Résumer en quoi consistent les régularités et formuler les conclusions de l'exploration.		
Exploration Application		**<u>Pratique autonome ou renforcement en classe</u>** Faire les exercices.		Trouver des questions dans un manuel d'exercice.

6.6.1 Mosaïque

Trigonométrie des triangles rectangles

Rapports trigonométriques des angles obtus

6.6.2 Explorer les angles obtus

Introduction

Dans cette activité, tu exploreras à l'aide du *Cybergéomètre* les rapports trigonométriques des angles obtus. Ensuite, tu analyseras les résultats pour déterminer des régularités.

Équipement nécessaire

- laboratoire d'informatique équipé du *Cybergéomètre* et le document de l'activité
- calculatrice

Activité

1) Lance le logiciel de géométrie dynamique *Cybergéomètre* et ouvre le document spécifié par ton enseignant ou enseignante.

2) Reporte-toi à la table ci-dessous. Pour chaque angle, utilise le *Cybergéomètre* pour déplacer le point A de façon à former l'angle B. Utilise ensuite les longueurs des côtés et ta calculatrice pour déterminer la valeur des rapports trigonométriques.

3) Remplis la table ci-dessous et réponds aux questions qui suivent.

Remplis la table ci-dessous à l'aide du *Cybergéomètre* et de ta calculatrice.
Arrondis au millième près. Il peut y avoir quelques différences dues à l'arrondissement.

Angle primaire, *B*	**sin *B***	**cos *B***	**tan *B***
5º	$\frac{opp}{hyp} \approx 0{,}087$	$\frac{adj}{hyp} \approx 0{,}996$	$\frac{opp}{adj} \approx 0{,}087$
10º			
25º			
30º			
89º			
91º			
150º			
155º			
170º			
175º			

6.6.2 Explorer les angles obtus (suite)

Après avoir rempli le tableau, réponds aux questions suivantes.

1) Que remarques-tu au sujet des signes positifs ou négatifs des valeurs de sin B? Sois le plus précis possible. Pourquoi obtiens-tu ces valeurs?

2) Que remarques-tu au sujet des signes positifs ou négatifs des valeurs de cos B? Sois le plus précis possible. Pourquoi obtiens-tu ces valeurs?

3) Que remarques-tu au sujet des signes positifs ou négatifs des valeurs de tan B? Sois le plus précis possible. Pourquoi obtiens-tu ces valeurs?

4) Indique la valeur des angles B ayant approximativement les mêmes valeurs de sin B. Assure-toi que les valeurs sont les mêmes à l'aide de la calculatrice et des rapports trigonométriques. Par exemple, vérifie si sin 5º et sin 175º donnent la même valeur. Quel est le lien entre ces angles?

   En utilisant les mêmes paires, que remarques-tu au sujet des valeurs de cos B? (Vérifie avec la calculatrice, au besoin.)

   En utilisant les mêmes paires, que remarques-tu au sujet des valeurs de tan B? (Vérifie avec la calculatrice, au besoin.)

5) Utilise $\sin^{-1}$ sur la calculatrice pour obtenir la valeur de l'angle B dans sin B = 0,5. Quelle valeur la calculatrice te donne-t-elle?

   Quelles sont les autres valeurs possibles de l'angle B?

   Comment peux-tu trouver le deuxième angle rapidement?

   Trouve la valeur approximative de B à l'aide de la calculatrice et de ce que tu as appris :

   $\sin B \approx 0,7660$ $\quad B \approx$ ____________ ou $B \approx$ ____________

   $\sin B \approx 0,9205$ $\quad B \approx$ ____________ ou $B \approx$ ____________

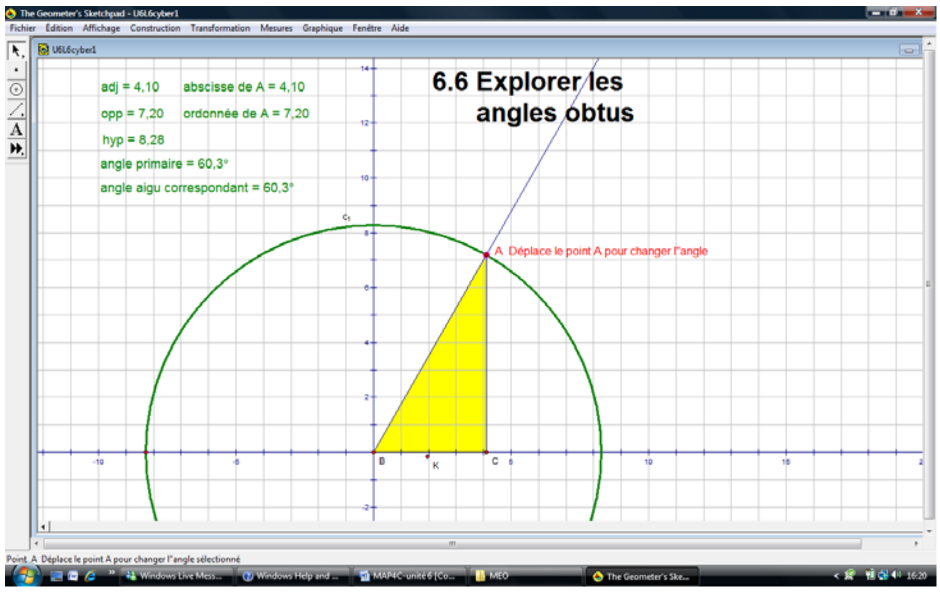
6) Si le rayon du cercle était 1, comment les valeurs de sin B et de cos B seraient-elles liées aux coordonnées du point A du côté terminal?

6.6.2 Explorer les angles obtus
(Notes de l'enseignant ou de l'enseignante)

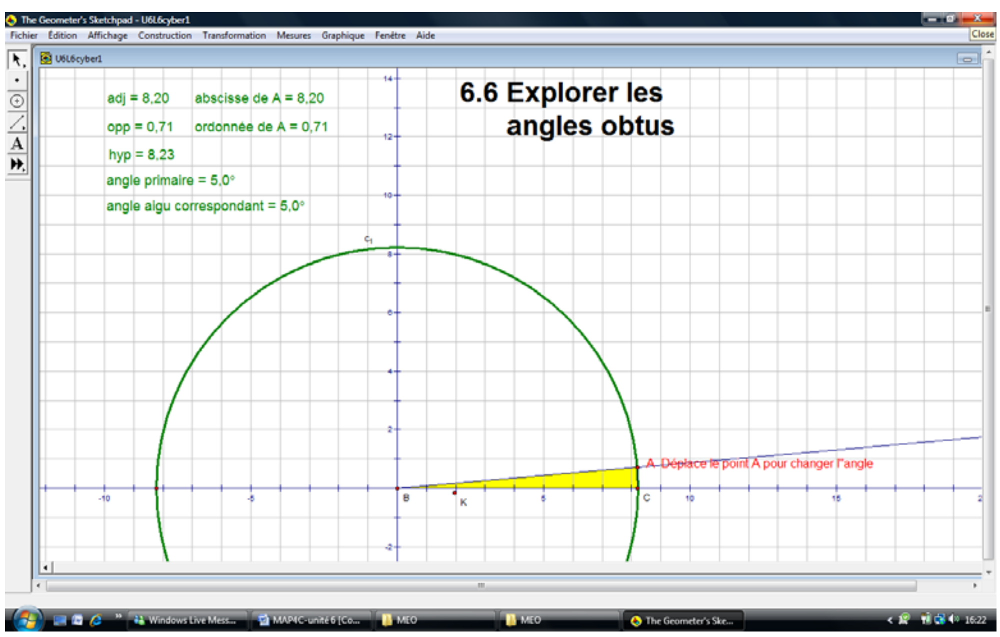
En utilisant le *Cybergéomètre* :

Dans cette activité, les élèves exploreront à l'aide du *Cybergéomètre* les rapports trigonométriques des angles obtus. Une activité dans le *Cybergéomètre* a été créée pour les élèves. Copier le document en question dans un endroit accessible aux élèves.

Quand les élèves ouvrent le document, elles et ils voient l'écran ci-dessous.
Il est conçu pour attirer l'attention sur les angles entre 0º et 180º.



Pour remplir la table de FR6.6.1, les élèves cliquent sur le point A et le déplacent jusqu'à ce que l'angle primaire ait atteint la mesure requise. Par exemple, elles et ils verront l'utilisation ci-dessous pour un angle primaire de 5º.



6.6.2 Explorer les angles obtus
(Notes de l’enseignant ou de l’enseignante)

Remarque sur l’arrondissement : Puisque l’angle primaire utilisé dans l’activité du *Cybergéomètre* est arrondi à l’angle près (sans décimale), les mesures des côtés adjacent, opposé et de l’hypoténuse ne sont pas exactes et peuvent varier d’un ou d’une élève à l’autre. Les élèves peuvent vérifier les valeurs exactes des rapports trigonométriques à l’aide de la calculatrice.

Points à souligner et à discuter :

- Les élèves peuvent changer la grandeur du cercle en bougeant le point A. Les valeurs de sin B, de cos B et de tan B ne dépendent pas de la longueur des côtés!
- *angle aigu correspondant* = angle primaire pour les angles primaires entre 0º et 90º
- *angle aigu correspondant* = 180º – angle primaire pour les angles primaires entre 90º et 180º
- l’abscisse du point A égale la mesure du côté adjacent du triangle rectangle coloré
- l’ordonnée du point A égale la mesure du côté opposé du triangle rectangle coloré.

Méthode papier-crayon

Si les élèves n’ont pas accès au *Cybergéomètre*, elles et ils peuvent faire l’exploration à l’aide du matériel suivant : papier graphique, crayons, règles, rapporteurs et calculatrice.

- Distribuer aux élèves la FR6.6.1 ainsi qu’un imprimé de l’écran initial de l’activité du *Cybergéomètre*. Cet imprimé leur donnera un aperçu du travail à effectuer.
- Demander aux élèves :
    - de créer un plan cartésien sur le papier graphique;
    - de tracer chaque angle de la table en s’assurant de choisir un point A arbitraire sur le côté terminal de l’angle;
    - d’identifier le triangle rectangle formé en traçant le segment du point A à la partie la plus rapprochée de l’axe des x;
    - de mesurer et d’écrire les valeurs des côtés adjacent, opposé et de l’hypoténuse du triangle rectangle.
- Terminer l’activité comme il est précisé dans la FR6.6.1.

6.6.2 Explorer les angles obtus
(Notes de l'enseignant ou de l'enseignante)

Solutions aux questions d'exploration

1) Que remarques-tu au sujet des signes positifs ou négatifs des valeurs de sin B? Sois le plus précis possible. Pourquoi obtiens-tu ces valeurs?
   Toutes les valeurs sont positives car opp et hyp sont tous les deux positifs.

2) Que remarques-tu au sujet des signes positifs ou négatifs des valeurs de cos B? Sois le plus précis possible. Pourquoi obtiens-tu ces valeurs?
   Les valeurs sont positives pour des angles entre 0° et 90°car adj et hyp sont tous les deux positifs.
   Les valeurs sont négatives pour des angles entre 90° and 180° car adj est négatif et hyp est positif.

3) Que remarques-tu au sujet des signes positifs ou négatifs des valeurs de tan B? Sois le plus précis possible. Pourquoi obtiens-tu ces valeurs?
   Les valeurs sont positives pour des angles entre 0° et 90°car opp et adj sont tous les deux positifs.
   Les valeurs sont négatives pour des angles entre 90° et 180° car adj est négatif et opp est positif.

4) Indique la valeur des angles B ayant approximativement les mêmes valeurs pour sin B. Assure-toi que les valeurs sont les mêmes à l'aide de la calculatrice et des rapports trigonométriques. Par exemple, vérifie si sin 5º et sin 175º donnent la même valeur. Quel est le lien entre ces angles?
   5º et 175º, 10º et 170º, 25º et 155º, 30º et 150º, 89º et 91º
   La somme de chaque paire d'angles donne 180º. Ils sont supplémentaires.

   En utilisant les mêmes paires, que remarques-tu au sujet des valeurs de cos B? (Vérifie avec la calculatrice, au besoin.)
   Les valeurs de cos B sont les mêmes, cependant l'une est positive et l'autre est négative.

   En utilisant les mêmes paires, que remarques-tu au sujet des valeurs de tan B? (Vérifie avec la calculatrice, au besoin.)
   Les valeurs de tan B sont les mêmes, cependant l'une est positive et l'autre est négative.

5) Utilise $\sin^{-1}$ sur la calculatrice pour obtenir la valeur de l'angle B dans sin B = 0,5. Quelle valeur la calculatrice te donne-t-elle?
   $B = \sin^{-1}(0,5) \quad \Rightarrow \quad B = 30^{o}$
   Quelles sont les autres valeurs possibles de l'angle B? *B peut aussi être de 150º.*

   Comment peux-tu trouver le deuxième angle rapidement?
   En soustrayant de 180º la valeur obtenue à l'aide de la calculatrice.

   Trouve la valeur approximative de B à l'aide de la calculatrice et de ce que tu as appris :

   $\sin B \approx$ 0,7660………… B ≈ *50º* ou B ≈ *130º*
   $\sin B \approx$ 0,9205………… B ≈ *67º* ou B ≈ *113º*

6) Si le rayon du cercle était 1, comment les valeurs de sin B et de cos B seraient-elles liées aux coordonnées du point A du côté terminal?
   L'abscisse du point A serait le cosinus de l'angle et l'ordonnée, le sinus de l'angle.

<table>
<tr><td colspan="3">Unité 6 : Tâche sommative : Construisons un pavillon!</td><td></td></tr>
<tr><td>Appropriation : 10
Exécution : 100
Renforcement : 40
Total = 150 min</td><td colspan="2"><u>Objectif d’apprentissage en mathématiques</u>
• Faire appel à ses connaissances en trigonométrie pour calculer l’aire de figures polygonales et déterminer la longueur des côtés manquants.</td><td>Matériel
• règle
• rapporteur
• plusieurs ordinateurs et logiciel Cybergéomètre (facultatif)
• FR6.10.1</td></tr>
<tr><td colspan="4">Occasions d’évaluation</td></tr>
<tr><td>Appropriation</td><td colspan="2"><u>Groupe-classe → Discussion et remue-méninges</u>
Présenter le problème décrit dans la FR6.10.1. Les élèves discutent des différents modèles de pavillon en partant de photos ou de brochures. Faire un remue-méninges sur les données requises pour calculer l’aire du plancher et le matériel requis pour le couvrir. Tenir compte des coûts réels en consultant des brochures publicitaires ou en faisant des recherches dans Internet.
Les élèves discutent de stratégies possibles pour résoudre ce problème. Bien que certaines stratégies ne fassent pas appel à la trigonométrie, leur rappeler que le problème doit être résolu en appliquant leurs connaissances de la trigonométrie.
Processus mathématique important : Sélection d’outils technologiques et de matériel approprié. Les élèves doivent choisir la méthode appropriée (loi des sinus ou du cosinus) et autres stratégies pour résoudre le problème.</td><td rowspan="3">Stratégies de littératie
Remue-méninges

Ressources électroniques : logiciel Cybergéomètre
U6TScyber1.gsp
U6TScyber2.gsp
U6TScyber3.gsp
U6TScyber4.gsp

Images de pavillons : On trouvera plusieurs images de pavillons en cherchant dans Internet et dans des brochures.

Distribuer le matériel nécessaire pour que les élèves puissent tracer un diagramme à l’échelle du plancher du pavillon.</td></tr>
<tr><td>Exécution</td><td colspan="2"><u>Groupes → Investigation – Partie 1</u>
Grouper les élèves par 3, 6 ou 9. Assigner le nombre de côtés à chaque groupe comme suit : groupe 1 : 4 côtés et 9 côtés; groupe 2 : 5 côtés et 8 côtés; groupe 3 : 6 côtés et 7 côtés, puis répéter pour les 3 ou 6 autres groupes, au besoin.
Demander aux élèves de faire la partie 1 au sein de leur groupe respectif. Circuler pour vérifier les progrès des élèves. Cette première partie devrait être terminée à la fin du premier jour.
<u>Grands groupes → Investigation – Parties 2 et 3</u>
Diviser le groupe-classe en quatre groupes pour l’étude de quatre types de polygones. Les groupes feront les parties 2 et 3 le second jour.
On peut demander aux groupes de vérifier leurs conclusions à l’aide du logiciel Cybergéomètre, si possible.
Habiletés d’apprentissage (Travail en équipe)/ Observation/Note : Observer la façon dont les élèves interagissent.
Processus mathématique important : Sélection des outils technologiques appropriés – Les élèves doivent choisir les outils et les méthodes appropriés pour résoudre ce problème.</td></tr>
<tr><td>Renforcement</td><td colspan="2"><u>Grands groupes → Présentation</u>
Les grands groupes présentent leurs propositions au groupe-classe.
Attentes/Présentation/Commentaires anecdotiques : Faire une rétroaction sur les présentations des élèves.</td></tr>
<tr><td>Exploration
Application</td><td colspan="2"><u>Pratique autonome ou consolidation en groupe-classe</u>
Effectuer le travail sur le pavillon et apporter les ajustements nécessaires après la présentation.</td><td></td></tr>
</table>

6.10.1 Construisons un pavillon!

La zone de conservation Fleurs sauvages (CFS) prévoit construire un pavillon au Centre de nature. Le plancher du pavillon doit avoir la forme d'un polygone régulier dont la distance du centre du polygone à chacun des sommets du polynôme est de 12 pieds.

Le fournisseur de bois CONSTRUIT TOUT a généreusement offert de fournir toutes les rampes et poutres de soutien, alors que la compagnie UN TOIT POUR TOUS fournira le toit du pavillon. Ainsi, CFS ne devra payer que le contreplaqué servant à l'installation du plancher!

Notre groupe-classe a été mandaté pour suggérer le nombre de côtés que devrait avoir le pavillon et pour déterminer le nombre requis de feuilles de contreplaqué à acheter pour le plancher.

Partie 1 – Explorer les possibilités

La première étape en ce qui concerne le choix d'un polygone consiste à chercher de l'information sur diverses formes de pavillons. Ton groupe est responsable d'étudier deux formes possibles et de déterminer le nombre requis de feuilles de contreplaqué dans chaque cas.

Assure-toi que tu as ta propre copie des solutions; tu en auras besoin plus tard!

Étapes :

1. Dessine un diagramme précis du polygone. Détermine le centre du polygone. Utilise ce point pour tracer des triangles identiques à l'intérieur du polygone.
2. Détermine la mesure de l'angle au sommet commun des triangles. Cet angle se trouve au centre du polygone.
3. Détermine la longueur de chaque côté des triangles joignant le centre du polygone aux sommets du polygone. Cette longueur correspond au rayon du cercle circonscrit au polygone (celui qui contient le polygone).
4. Comme les triangles sont identiques, base-toi sur l'un d'eux pour faire tes calculs. Détermine la longueur du côté extérieur en utilisant la loi des sinus pour le premier polygone et la loi du cosinus pour le second.
5. Détermine la hauteur du triangle. Rappelle-toi que la hauteur est la perpendiculaire issue du sommet du triangle au côté opposé (centre du polygone sur son côté extérieur).
6. Détermine l'aire du polygone d'après les données recueillies jusqu'à maintenant.
7. Chaque feuille de contreplaqué mesure 4 pi sur 8 pi. Détermine le nombre requis de feuilles pour couvrir le plancher, sachant que l'on ne peut acheter que des feuilles complètes et que le constructeur veut en gaspiller le moins possible. Quelles suppositions dois-tu faire pour faire ce calcul?

6.10.1 Construisons un pavillon! (suite)

Partie 2 – Analyser, en grands groupes, les données de quatre polygones

Joins-toi à un autre groupe. Assurez-vous d’avoir toutes les données nécessaires à la construction de quatre modèles de pavillons.

Étapes :

1. Crée un tableau résumant les données recueillies.
2. Crée un nuage de points de l’aire en fonction du nombre de côtés d’un polygone régulier. Tu devrais aussi calculer l’aire du polygone à trois côtés.
3. Ton nuage de points montre-t-il une tendance? Si oui, décris cette tendance.
4. Y a-t-il des restrictions à imposer quant aux valeurs possibles des variables? Autrement dit, le pavillon peut-il avoir n’importe quel nombre de côtés? Ton graphique continuera-t-il d’augmenter indéfiniment?
5. Qu’indique le graphique au sujet du nombre de côtés si l’on veut obtenir un plancher ayant une aire maximale? Ta réponse te semble-t-elle plausible? Un tel pavillon est-il facile ou difficile à construire? Explique.
6. La plupart des pavillons ont 6 ou 8 côtés; les plus populaires en ont 8. Pourquoi crois-tu qu’il en est ainsi?

Partie 3 – Prendre une décision

Maintenant que tu as examiné toutes les données, il est temps de prendre une décision quant au nombre de côtés que le pavillon devrait compter.

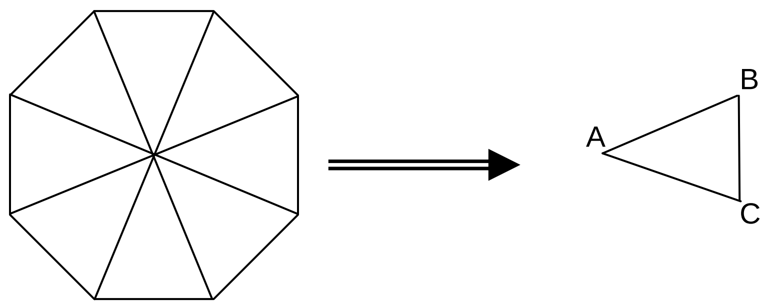
Fais une proposition à la zone de conservation Fleurs sauvages (CFS). Dans ta proposition, n’oublie pas de fournir les informations suivantes :

1. Le nombre de côtés que le pavillon devrait compter.
2. L’aire du plancher du pavillon et le nombre de feuilles de contreplaqué à acheter.
3. Les raisons justifiant le nombre de côtés. Suggestion : Sers-toi des données et base-toi sur les conclusions tirées à la partie 2.

6.10.1 Construisons un pavillon! (Partie 1 – Solutions)

Octogone

1. Dessine un diagramme précis de l'octogone. Détermine le centre de l'octogone. Utilise ce point pour tracer huit triangles identiques à l'intérieur de l'octogone.

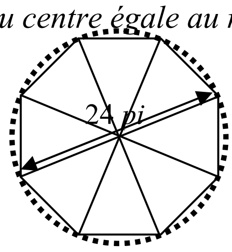


2. Détermine la mesure de l'angle au sommet commun des triangles. Cet angle se trouve au centre du polygone.

   Il y a 8 angles au centre du polygone. La mesure d'un angle est : $A = \dfrac{360°}{8} = 45°$

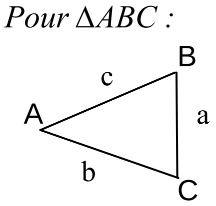
3. Détermine la longueur de chaque côté des triangles joignant le centre du polygone aux sommets du polygone. Cette longueur correspond au rayon du cercle circonscrit au polygone (celui qui contient le polygone).

   La longueur des côtés AB et AC est de 12 pi, puisque les côtés du triangle sont des rayons du cercle passant par les sommets du polygone. Chaque sommet est à une distance du centre égale au rayon.



4. Comme les triangles sont identiques, base-toi sur l'un d'eux pour faire tes calculs. Détermine la longueur du côté extérieur en utilisant la loi des sinus pour le premier polygone ou la loi du cosinus pour le second.

Pour ΔABC *:*



$\angle A = 45°$
$AB = c = 12 \text{ pi}$
$BC = a = 12 \text{ pi}$

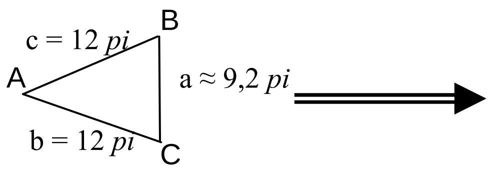
Selon la loi du cosinus :

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$a^2 = (12)^2 + (12)^2 - 2(12)(12)\cos 45°$$
$$a^2 \approx 84{,}353$$
$$a \approx 9{,}2$$

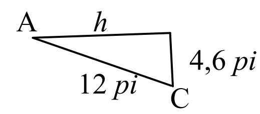
Chaque côté extérieur mesure environ 9,2 pi.

6.10.1 Construisons un pavillon! (Partie 1 – Solutions (suite))

5. Détermine la hauteur du triangle. Rappelle-toi que la hauteur est la perpendiculaire issue du sommet du triangle au côté opposé (centre du polygone sur son côté extérieur).



Puisque ΔABC est isocèle, la hauteur est donc mesurée de A au milieu de BC.



$$h^2 + (4{,}6)^2 = (12)^2$$
$$h^2 = 144 - 21{,}16$$
$$h^2 = 122{,}84$$
$$h \approx 11{,}1$$

La hauteur est d'environ 11,1 pi.

6. Détermine l'aire du polygone selon les données recueillies jusqu'à maintenant.

$$\textit{Aire d'un triangle} = \frac{(base)(hauteur)}{2} \approx \frac{(9{,}2)(11{,}1)}{2} \approx 51{,}06$$

Aire totale du plancher = 8 triangles × 51,06 $pi^2 \approx$ *408,48* pi^2.

L'aire totale du plancher octogonal est d'environ 408,5 pi^2.

7. Chaque feuille de contreplaqué mesure 4 pi × 8 pi. Détermine le nombre requis de feuilles pour couvrir le plancher, sachant que l'on ne peut acheter que des feuilles complètes et que le constructeur veut en gaspiller le moins possible.

Aire d'une feuille de contreplaqué = 4 pi × 8 pi = 32 pi^2.

$$\textit{Nombre de feuilles requis} = \frac{408{,}5\ pi^2}{32\ pi^2} \approx 12{,}8$$

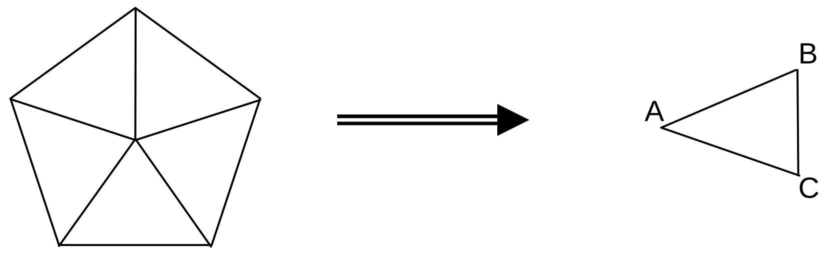
Il faudra donc acheter 13 feuilles de contreplaqué.

6.10.1 Construisons un pavillon! (Partie 1 – Solutions (suite))

Pentagone

1. Dessine un diagramme précis du pentagone. Détermine le centre du pentagone. Utilise ce point pour tracer cinq triangles identiques à l'intérieur du pentagone.

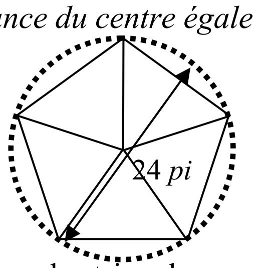
   Note que la somme des angles intérieurs d'un polygone = (nombre de côtés - 2) × 180º.
   Ainsi, un pentagone a (5 – 2) × 180º = 540º.
   Chacun des angles du polygone mesure donc 108º.



2. Détermine la mesure de l'angle au sommet commun des triangles. Cet angle se trouve au centre du polygone.
   Il y a cinq angles au centre du pentagone. La mesure d'un angle est :
   $A = \dfrac{360°}{5} = 72°$.

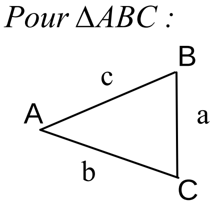
3. Détermine la longueur de chaque côté des triangles joignant le centre du polygone aux côtés du polygone. Cette longueur correspond au rayon du cercle circonscrit au polygone (celui qui contient le polygone).

   Les longueurs des côtés AB et AC sont de 12 pi, puisque les côtés du triangle sont des rayons du cercle passant par les sommets du polygone. Chaque sommet est à une distance du centre égale au rayon.



4. Comme les triangles sont identiques, base-toi sur l'un d'eux pour faire tes calculs. Détermine la longueur du côté extérieur en utilisant la loi des sinus ou la loi du cosinus.

Pour ΔABC :



$\angle A = 72°$

$AB = c = 12$ pi

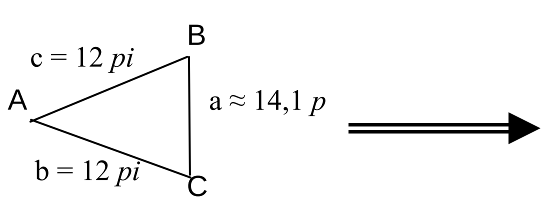
$BC = a = 12$ pi

Selon la loi du cosinus :

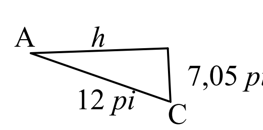
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$a^2 = (12)^2 + (12)^2 - 2(12)(12)\cos 72°$$
$$a^2 \approx 199{,}00$$
$$a \approx 14{,}1$$

Chaque côté mesure environ 14,1 pi.

5. Détermine la hauteur du triangle. Rappelle-toi que la hauteur est la perpendiculaire issue du sommet du triangle au côté opposé (centre du polygone sur son côté extérieur).



Puisque ΔABC est isocèle, la hauteur est mesurée de A au milieu de BC.



$$h^2 + (7{,}05)^2 = (12)^2$$
$$h^2 = 144 - 49{,}7025$$
$$h^2 = 94{,}2975$$
$$h \approx 9{,}7$$

La hauteur est d'environ 9,7 pi.

6.10.1 Construisons un pavillon (Partie 1 – Solutions (suite))

6. Détermine l'aire du polygone selon les données recueillies jusqu'à maintenant.

$$\begin{aligned} \textit{Aire d'un triangle} &= \frac{(base)(hauteur)}{2} \\ &= \frac{(14{,}1)(9{,}7)}{2} \\ &= 68{,}39 \end{aligned}$$

Aire totale du plancher = 5 triangles × 68,39 pi^2 *= 341,95 pi*^{2}*.*

L'aire totale du plancher pentagonal est d'environ 342 pi^2*.*

7. Chaque feuille de contreplaqué mesure 4 pi × 8 pi. Détermine le nombre requis de feuilles pour couvrir le plancher, sachant que l'on ne peut acheter que des feuilles complètes et que le constructeur veut en gaspiller le moins possible.

Aire d'une feuille de contreplaqué = 4 pi × 8 pi = 32 pi^2

$$\textit{Nombre de feuilles requis} = \frac{342{,}0\ pi^2}{32\ pi^2} \approx 10{,}7$$

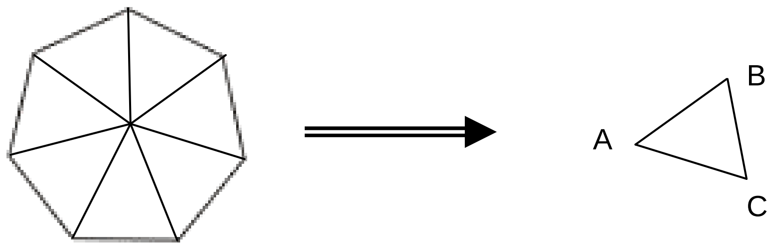
Il faudra donc acheter 11 feuilles de contreplaqué.

6.10.1 Construisons un pavillon! (Partie 1 – Solutions (suite))

Heptagone

1. Dessine un diagramme précis du polygone. Détermine le centre du polygone. Utilise ce point pour tracer des triangles identiques à l'intérieur du polygone.

   Note que le nombre de degrés total dans un polygone = (Nombre de côtés - 2) × 180º.
   Ainsi, un heptagone a (7 – 2) × 180º = 900º.
   Chaque angle d'un heptagone mesure environ 129,6º.

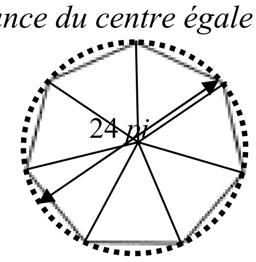


2. Détermine la mesure de l'angle au sommet commun des triangles. Cet angle se trouve au centre du polygone.

   Il y a sept angles au centre. La mesure d'un angle est : $A = \dfrac{360°}{7} \approx 51,4°$.

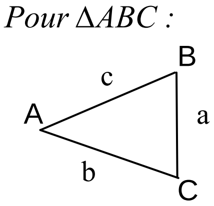
3. Détermine la longueur de chaque côté des triangles joignant le centre du polygone aux côtés du polygone. Cette longueur correspond au rayon du cercle circonscrit au polygone (celui qui contient le polygone).

Les longueurs des côtés AB et AC est de 12 pi, puisque les côtés du triangle sont des rayons du cercle passant par les sommets du polygone. Chaque sommet est à une distance du centre égale au rayon.



4. Comme les triangles sont identiques, base-toi sur l'un d'eux pour faire tes calculs. Détermine la longueur du côté extérieur en utilisant la loi des sinus ou la loi du cosinus.

   Pour ΔABC *:*



$\angle A = 51,4°$

$AB = c = 12$ pi

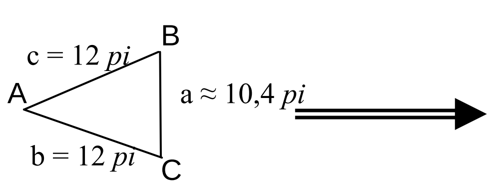
$BC = a = 12$ pi

Selon la loi du cosinus :

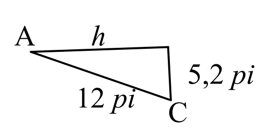
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$$
$$a^2 = (12)^2 + (12)^2 - 2(12)(12)\cos 51,4°$$
$$a^2 \approx 108,32$$
$$a \approx 10,4$$

Chaque côté mesure environ 10,4 pi.

5. Détermine la hauteur du triangle. Rappelle-toi que la hauteur est la perpendiculaire issue du sommet du triangle au côté opposé (centre du polygone sur son côté extérieur).



Puisque ΔABC *est isocèle, la hauteur est donc mesurée de A au milieu de BC.*



$$h^2 + (5,2)^2 = (12)^2$$
$$h^2 = 144 - 27,04$$
$$h^2 = 116,96$$
$$h \approx 10,8$$

La hauteur est d'environ 10,8 pi.

6.10.1 Construisons un pavillon! (Partie 1 – Solutions (suite))

6. Détermine l'aire du polygone selon les données recueillies jusqu'à maintenant.

$$\begin{aligned}\textit{Aire d'un triangle} &= \frac{(base)(hauteur)}{2} \\ &= \frac{(10{,}4)(10{,}8)}{2} \\ &= 56{,}16\end{aligned}$$

Aire totale du plancher = 7 triangles × 56,16 pi² = 393,12 pi².

L'aire totale d'un plancher heptagonal est d'environ 393,1 pi².

7. Chaque feuille de contreplaqué mesure 4 pi x 8 pi. Détermine le nombre requis de feuilles pour couvrir le plancher, sachant que l'on ne peut acheter que des feuilles complètes et que le constructeur veut en gaspiller le moins possible.

Aire d'une feuille de contreplaqué = 4 pi x 8 pi = 32 pi².

$$\textit{Nombre de feuilles requis} = \frac{393{,}1\ pi^2}{32\ pi^2} \approx 12{,}3$$

Il faudra donc acheter 13 feuilles de contreplaqué.