

## Unité 3 Modèles exponentiels

### Plan de leçons

#### Vue d'ensemble des contenus d'apprentissage

L'élève doit pouvoir :

- résoudre des équations exponentielles;
- déterminer, par exploration, les effets de la variation des conditions d'un prêt hypothécaire ou d'une annuité.

Jour	Titre de la leçon	Objectifs d'apprentissage en mathématiques	Attentes et contenus d'apprentissage
1	Découvrir les modèles exponentiels <a href="#">leçon incluse</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter graphiquement des fonctions exponentielles et en décrire les caractéristiques, y compris le taux de variation.</li> <li>• Décrire les similitudes et les différences en comparant les représentations graphiques de fonctions affine, du second degré et exponentielle portant sur des applications tirées de la vie courante.</li> <li>• Déterminer, par exploration, le taux de variation à l'aide des premières différences.</li> </ul>	MM2.1, MM1.8, MM2.2, MM2.3, MM3.3
2		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer, par exploration, les lois des exposants pour le produit, le quotient et la puissance de puissance.</li> <li>• Simplifier, à l'aide des lois des exposants, des expressions algébriques comportant des exposants entiers.</li> </ul>	MM1.1 MM1.2
3		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer, par exploration, à l'aide ou non d'outils technologiques et par diverses stratégies, le sens d'un exposant rationnel, le sens d'un exposant négatif et le sens d'un exposant nul.</li> <li>• Évaluer des expressions numériques comportant des bases et des exposants rationnels.</li> <li>• Élaborer un jeu comportant des puissances.</li> </ul>	MM1.3, MM1.4, MM1.5
4		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre graphiquement et numériquement des équations exponentielles.</li> <li>• Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles.</li> </ul>	MM1.7, MM1.6, MM1.8
5	Résoudre des problèmes avec des exposants <a href="#">leçon incluse</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre, à l'aide des exposants rationnels, des équations de la forme <math>x^n = a</math>.</li> <li>• Déterminer de deux manières différentes, dans une formule tirée d'une application, la valeur de la variable de degré inférieur à quatre : <ul style="list-style-type: none"> <li>○ en substituant dans la formule les valeurs données;</li> <li>○ en isolant d'abord la variable, puis en substituant dans la formule les valeurs données.</li> </ul> </li> <li>• Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles.</li> </ul>	MM3.1, MM3.2, MM2.4, MM1.8, MM3.4
6		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Tâche nécessitant la résolution d'équations exponentielles, les lois des exposants et les applications de la vie courante.</li> </ul>	
7	Épargner son argent <a href="#">leçon incluse</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Recueillir et interpréter des investissements comprenant des annuités.</li> <li>• Recueillir et interpréter des investissements comprenant des prêts hypothécaires.</li> </ul>	MF1.1, MF1.5
8		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Déterminer, à l'aide d'outils technologiques, la valeur finale (VF), la valeur actuelle (VA) ou le montant du versement (M) dans le cas où la période de paiements et la période de capitalisation sont les mêmes.</li> <li>• Déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les avantages d'investir tôt.</li> </ul>	MF1.3, MF1.4

9-10		<ul style="list-style-type: none"> <li>Déterminer par exploration, à l'aide d'outils technologiques, les effets de la variation des conditions (changement de la fréquence des paiements, de la période de calcul d'intérêt, du taux d'intérêt) sur une annuité.</li> </ul>	MF1.2, MM2.4
11		<ul style="list-style-type: none"> <li>Générer, à l'aide d'outils divers, une table d'amortissement pour un prêt hypothécaire et déterminer le montant d'intérêt déboursé durant le prêt hypothécaire en le comparant au montant initial du prêt hypothécaire.</li> </ul>	MF1.6
12		<ul style="list-style-type: none"> <li>Déterminer, par exploration à l'aide d'outils technologiques, les effets de la variation des conditions (changement de la fréquence des paiements, de la période de calcul d'intérêt, du taux d'intérêt) sur le temps nécessaire pour rembourser le prêt hypothécaire.</li> </ul>	MF1.7
	Comprendre les annuités <i><a href="#">tâche incluse</a></i>	Tâche sommative <ul style="list-style-type: none"> <li>Examiner les effets de la variation des conditions sur les annuités.</li> <li>Montrer une compréhension des prêts hypothécaires et des tables d'amortissement.</li> </ul>	

<b>Unité 3 : Jour 1 : Découvrir les modèles exponentiels</b>		
Appropriation : 15	<b>Objectifs d'apprentissage en mathématiques</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Représenter graphiquement des fonctions exponentielles et en décrire les caractéristiques, y compris le taux de variation.</li> <li>• Décrire les similitudes et les différences en comparant les représentations graphiques de fonctions affine, du second degré et exponentielle portant sur des applications tirées de la vie courante.</li> <li>• Déterminer, par exploration, le taux de variation à l'aide des premières différences.</li> </ul>	<b>Matériel</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculatrices à affichage graphique</li> <li>• FR3.1.1</li> <li>• FR3.1.2</li> <li>• FR3.1.3</li> <li>• FR3.1.4</li> </ul>
Exécution : 40		
Renforcement : 20		
Total = 75 min		
<b>Occasions d'évaluation</b>		
<b>Appropriation</b>	<b>Penser à deux! → Exploration</b> Remettre une des activités de la FR3.1.1 à chaque groupe de deux élèves ainsi qu'une calculatrice graphique. Circuler pendant l'activité pour s'assurer que les élèves comprennent bien les notions. Demander aux élèves de comparer leurs réponses avec d'autres qui n'ont pas eu la même feuille. Demander aux élèves de résumer leurs observations à l'aide du modèle Frayer FR3.1.2.  <b>Groupe-classe → Discussion</b> Remplir les modèles Frayer de la classe sur une grande feuille à afficher en salle de classe en résumant les observations des élèves. Demander aux élèves de remplir leur propre fiche, s'il y a lieu.  <b>Processus mathématique important :</b> Les élèves réfléchissent sur les caractéristiques des modèles exponentiels.	<i>La littératie en tête. Stratégie...</i> p. 198  modèle Frayer voir FR3.1.2
<b>Exécution</b>	<b>Groupe-classe → Discussion</b> Remettre une copie de la FR3.1.3 à chaque élève. S'assurer que chaque élève comprend la tâche à effectuer.  <b>Petits groupes → Exploration</b> Circuler pour observer les progrès des élèves et les aider, au besoin. Les élèves auront peut-être besoin d'un rappel pour obtenir la régression à l'aide de la calculatrice à affichage graphique.  <b>Habilités/Observation :</b> Circuler et noter les habiletés de travail en équipes.  <b>Processus mathématique important :</b> Les élèves représentent les données et choisissent le modèle le plus approprié.	<i>La littératie en tête. Stratégie...</i> Quatre coins (p. 228)
<b>Renforcement</b>	<b>Groupe-classe → Les quatre coins</b> Demander aux élèves de choisir le modèle qui représente le mieux les données en remplissant la table de valeurs, en traçant le graphique et en résolvant l'équation. Demander aux élèves de faire part de leur modèle au groupe-classe. Développer la terminologie appropriée au fur et à mesure que les élèves discutent de modèles.  <b>Individuellement → Pratique</b> Les élèves devraient maintenant remplir la FR3.1.4. Circuler parmi les élèves pour les aider, au besoin.	
<i>Exploration Application</i>	<b>Pratique autonome ou renforcement</b> Terminer les activités de la FR3.1.4.	

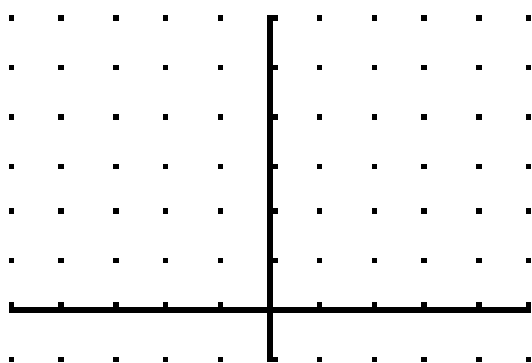
### 3.1.1 Découvrir les modèles exponentiels – Activer les connaissances préalables (1)

À l'aide de la calculatrice à affichage graphique, trace le graphique des fonctions ci-dessous dans l'espace fourni. Règle la fenêtre comme il est indiqué ci-dessous :

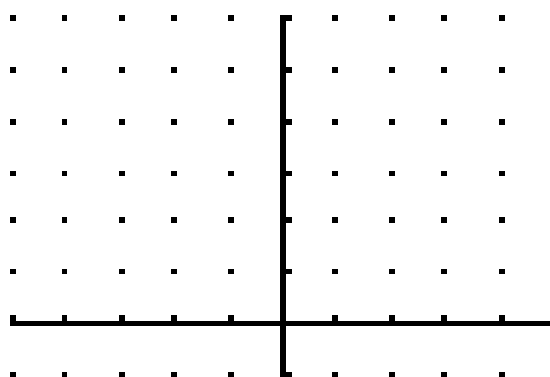
```

WINDOW
Xmin=-5
Xmax=5
Xscl=1
Ymin=-5
Ymax=100
Yscl=5
Xres=1
    
```

$$y = 3 \times 2^x$$



$$y = 3 \times 0,5^x$$



Pour chacune des fonctions, remplis la table de valeurs (ou observe celle de la calculatrice à affichage graphique) et détermine les premières différences. Ces valeurs indiquent aussi le taux de variation des fonctions pour chaque intervalle.

$x$	$y = 3 \times 2^x$	Premières différences
-2		-----
-1		
0		
1		
2		
3		-----

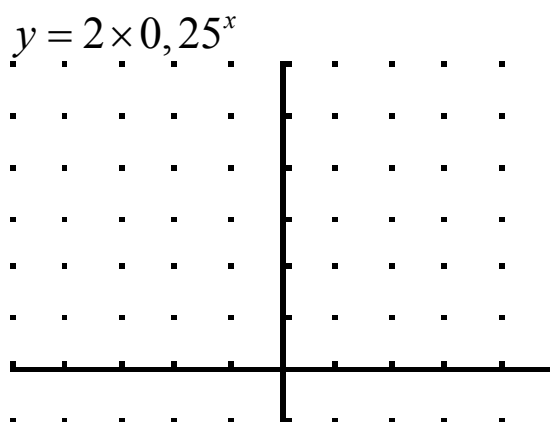
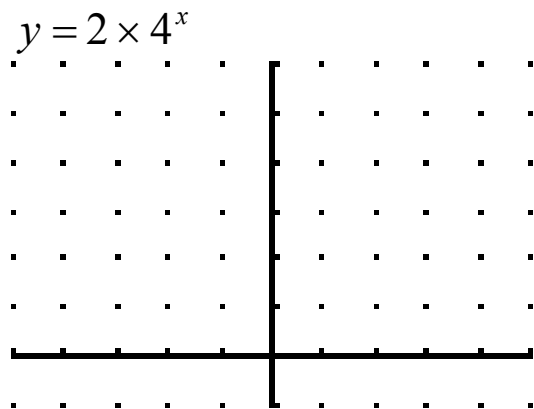
$x$	$y = 3 \times 0,5^x$	Premières différences
-2		-----
-1		
0		
1		
2		
3		-----

Les premières différences indiquent la variation de la valeur de  $y$  – augmente ou diminue – pour chaque augmentation constante de  $x$ .

### 3.1.1 Découvrir les modèles exponentiels – Activer les connaissances préalables (2)

À l'aide de la calculatrice à affichage graphique, trace le graphique des fonctions ci-dessous dans l'espace fourni. Règle la fenêtre comme il est indiqué ci-dessous :

```
WINDOW
Xmin=-5
Xmax=5
Xscl=1
Ymin=-5
Ymax=100
Yscl=5
Xres=1
```



Pour chacune des fonctions, remplis la table de valeurs (ou observe celle de la calculatrice à affichage graphique) et détermine les premières différences. Ces valeurs indiquent aussi le taux de variation des fonctions pour chaque intervalle.

$x$	$y = 2 \times 4^x$	Premières différences
-2		-----
-1		
0		
1		
2		
3		-----

$x$	$y = 2 \times 0,25^x$	Premières différences
-2		-----
-1		
0		
1		
2		
3		-----

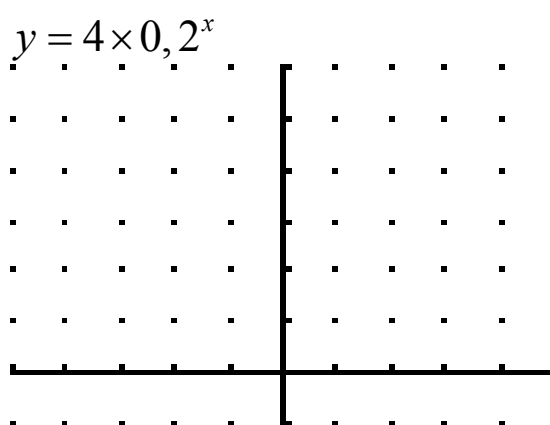
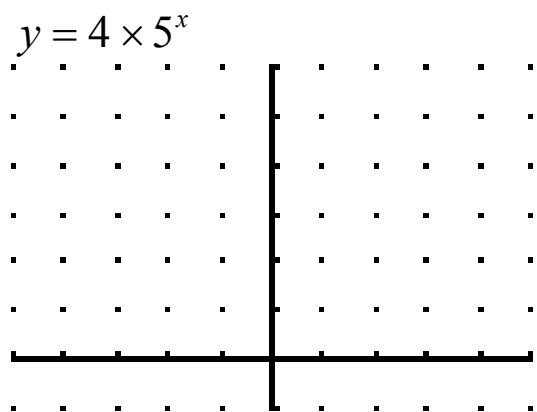
Les premières différences indiquent la variation de la valeur de  $y$  – augmente ou diminue – pour chaque augmentation constante de  $x$ .

### 3.1.1 Découvrir les modèles exponentiels – Activer les connaissances préalables (3)

À l'aide de la calculatrice à affichage graphique, trace le graphique des fonctions ci-dessous dans l'espace fourni. Règle la fenêtre comme il est indiqué ci-dessous :

```

WINDOW
Xmin=-5
Xmax=5
Xscl=1
Ymin=-5
Ymax=100
Yscl=5
Xres=1
    
```



Pour chacune des fonctions, remplis la table de valeurs (ou observe celle de la calculatrice à affichage graphique) et détermine les premières différences. Ces valeurs indiquent aussi le taux de variation des fonctions pour chaque intervalle.

$x$	$y = 4 \times 5^x$	Premières différences
-2		-----
-1		
0		
1		
2		
3		-----

$x$	$y = 4 \times 0,2^x$	Premières différences
-2		-----
-1		
0		
1		
2		
3		-----

Les premières différences indiquent la variation de la valeur de  $y$  – augmente ou diminue – pour chaque augmentation constante de  $x$ .

### 3.1.2 Fonctions exponentielles

Remplis le modèle Frayer pour chacun des deux types de fonctions exponentielles.

<b>Caractéristiques essentielles</b>	<b>Caractéristiques non essentielles</b>
$y = ab^x, b > 1$	
<b>Exemples</b>	<b>Contre-exemples</b>

<b>Caractéristiques essentielles</b>	<b>Caractéristiques non essentielles</b>
$y = ab^x, 0 < b < 1$	
<b>Exemples</b>	<b>Contre-exemples</b>

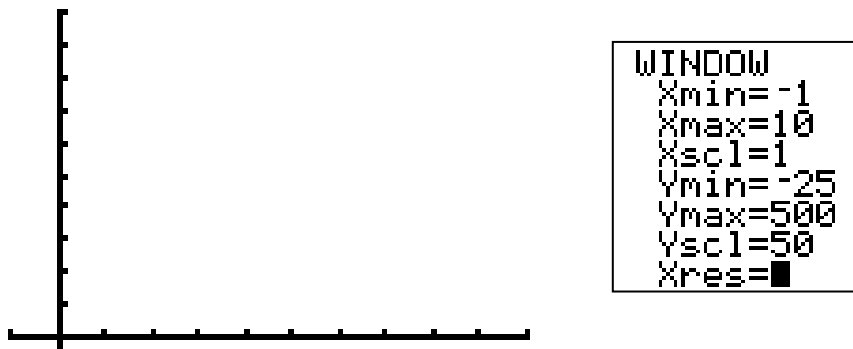
### 3.1.3 Découvrir les modèles exponentiels – Un pneu qui se dégonfle

#### Exploration

Ahmed a un pneu d'auto qui se dégonfle lentement. Il mesure la pression du pneu chaque jour pendant une semaine et note les données suivantes :

Temps, $t$ (jours)	Pression, $P$ (kPa)
0	400
1	335
2	295
3	255
4	225
5	195
6	170
7	150

1. Détermine le graphique à l'aide de la calculatrice à affichage graphique et trace-le ci-dessous :



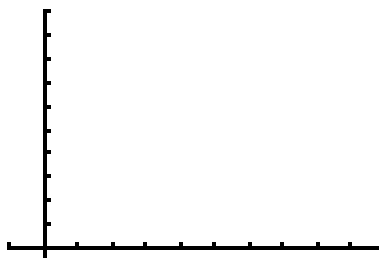
2. Quel type de relation y a-t-il entre le temps et la pression? Justifie ta réponse.
3. Détermine le taux de variation de la pression pour ces données en utilisant les premières différences. Tu peux ajouter une colonne à la table de valeurs. Que t'indique le taux de variation à propos de ces données?



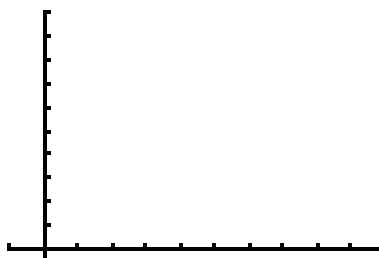
### 3.1.3 Découvrir les modèles exponentiels – Un pneu qui se dégonfle (suite)

4. À l'aide de la calculatrice à affichage graphique, effectue une analyse de régression des données pour des modèles linéaire, du second degré et exponentiel. Rapporte tes résultats ci-dessous pour chacun des modèles. Esquisse un graphique de chacun des modèles avec les points représentant les données.

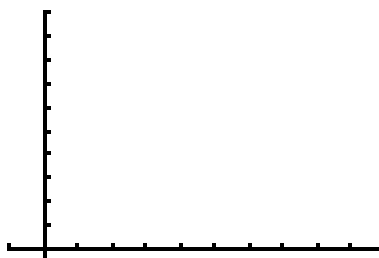
Équation du premier degré : \_\_\_\_\_



Équation du second degré : \_\_\_\_\_



Équation exponentielle : \_\_\_\_\_



5. Quel modèle représente le mieux les données? Justifie ta réponse.
6. Utilise le meilleur modèle pour répondre aux questions ci-dessous. Montre ton travail.

a) Quelle sera la pression après 10 jours?  
20 jours?

b) Combien de temps est nécessaire pour que la pression diminue jusqu'à 50 kPa?

c) Quand la pression sera-t-elle nulle?

### 3.1.4 Découvrir les modèles exponentiels – Pratique autonome

- 1) Dans tes notes, effectue l'analyse des données ci-dessous pour déterminer le modèle (parmi les modèles du premier degré, du second degré ou exponentiel) qui les représente le mieux.

Ces données donnent la croissance d'une population de cellules de bactéries dans une boîte de Petri qui a été inoculée avec un échantillon prélevé d'une plaie infectée :

Temps, $t$ (heures)	Nombre de cellules
0	250
1	525
2	1103
3	2315
4	4862
5	10210

- Trace le graphique à l'aide d'outils technologiques, si possible.
- Détermine le taux de variation de la population de bactéries.
- Détermine l'équation du modèle qui représente le mieux cette situation. Utilise soit un outil technologique soit la méthode algébrique.
- À l'aide de ton équation, réponds aux questions suivantes :
  - Quelle sera la population de bactéries après 12 h? 2 jours?
  - Quand la population atteindra-t-elle 1 million?
  - Dans la vie courante, la population continuera-t-elle à croître de cette manière?
- Plutôt que de croître comme le montre la table plus haut, on a commencé avec 250 cellules qui ont augmenté à un taux constant de 250 cellules par heure. Quel type d'équation modélise ces données?
- Maintenant, suppose que le nombre de cellules demeure constant à 250, peu importe le temps écoulé. Quel type d'équation modélise ces données? Trace le graphique.

### 3.1.4 Découvrir les modèles exponentiels – Pratique autonome (suite)

- 2) La formule de l'intérêt composé est  $VF = VA (1 + i)^n$  où VF est le montant accumulé, VA est le capital et i, le taux d'intérêt (en décimales) par période, et n, le nombre de périodes de capitalisation.

Chacun des scénarios utilise la formule de l'intérêt composé. Pour chacun, remplis la table de valeurs et trace le graphique. Ensuite, détermine si la fonction est affine, du second degré ou exponentielle.

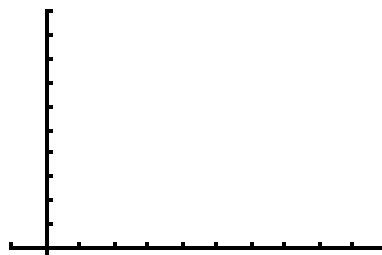
Scénario 1 – Un an : Bonita prévoit déposer 250 \$ dans un compte d'épargne. Elle s'interroge sur la relation qui existe entre le taux d'intérêt et le montant d'argent qu'elle aura à la fin d'une année.

La formule d'intérêt composé pour un an est :  $VF = 250 (1 + i)^1$ .

Remplis la table de valeurs.  
Calcule les premières différences.

Trace le graphique. Identifie les axes!

i	VF	Premières différences
0,02		-----
0,04		
0,06		
0,08		
0,10		
0,12		-----



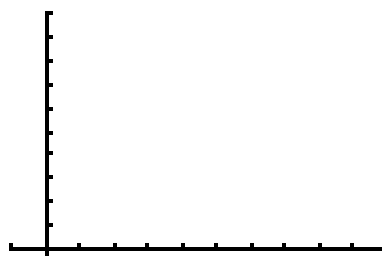
Scénario 2 – Deux ans : Bonita prévoit encore déposer 250 \$ dans un compte d'épargne. Elle s'interroge alors sur la relation qui existe entre le taux d'intérêt et le montant qu'elle aura accumulé à la fin de deux ans.

La formule d'intérêt composé pour deux ans est :  $VF = 250 (1 + i)^2$ .

Remplis la table de valeurs.  
Calcule les premières différences.

Trace le graphique. Identifie les axes!

i	VF	Premières différences
0,02		-----
0,04		
0,06		
0,08		
0,10		
0,12		-----



Le Scénario 2 est-il un modèle linéaire, du second degré ou exponentiel?  
Comment le sais-tu?

### 3.1.4 Découvrir les modèles exponentiels – Pratique autonome (suite)

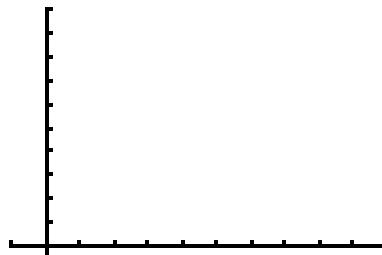
Scénario 3 – Durée variable : Bonita dépose 250 \$ dans un compte d'épargne à un taux d'intérêt de 6 %. Elle veut connaître la relation qui existe entre le montant accumulé et le nombre d'années de capitalisation lorsque le taux d'intérêt est fixe.

La formule d'intérêt composé à 6 % pour une durée variable est  $VF = 250 (1 + 0,06)^n$   
 $VF = 250 (1,06)^n$

Remplis la table de valeurs.  
 Calcule les premières différences.

Trace le graphique. Identifie les axes!

n	VF	Premières différences
0		-----
1		
2		
3		
4		
5		-----

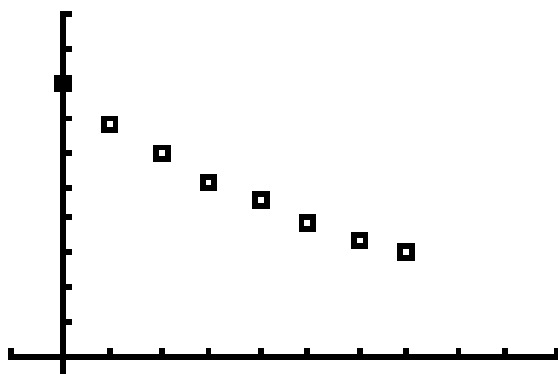


Le *Scénario 3* est-il un modèle linéaire, du second degré ou exponentiel?  
 Comment le sais-tu?

Quelle(s) variable(s) dans la formule  $VF = VA (1 + i)^n$  doit(doivent) être constante(s) pour produire une équation du premier degré? une équation du second degré? une équation exponentielle?

### 3.1.3 Découvrir les modèles exponentiels – Un pneu qui se dégonfle (SOLUTIONS)

- Détermine le graphique à l'aide de la calculatrice à affichage graphique et trace-le ci-dessous :



```

WINDOW
Xmin=-1
Xmax=10
Xscl=1
Ymin=-25
Ymax=500
Yscl=50
Xres=■
    
```

- Quel type de relation y a-t-il entre le temps et la pression? Justifie ta réponse.

*Il y a une corrélation négative entre le temps et la pression. Au fur et à mesure que le temps augmente, la pression diminue.*

- Détermine le taux de variation de la pression pour ces données à l'aide des premières différences. Tu peux ajouter une colonne à la table de valeurs. Qu'est-ce que le taux de variation t'indique sur ces données?

Temps, $t$ (jours)	Pression, $P$ (kPa)	Premières différences
0	400	----- --
1	335	-65
2	295	-40
3	255	-40
4	225	-30
5	195	-30
6	170	-25
7	150	----- --

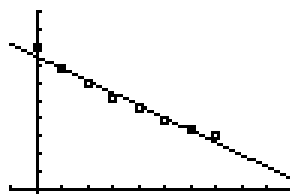
*Les premières différences ne sont pas constantes, donc les données ne suivent pas une relation du premier degré.*

### 3.1.3 Découvrir les modèles exponentiels – Un pneu qui se dégonfle (SOLUTIONS) (suite)

4. À l'aide de la calculatrice à affichage graphique, effectue une analyse de régression des données pour des modèles linéaire, du second degré et exponentiel. Indique ci-dessous les résultats que tu as obtenus pour chacun des modèles. Esquisse un graphique de chacun des modèles avec les points représentant les données.

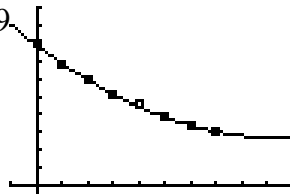
Équation du premier degré:  $y = -34,58x + 374,17$

```
LinReg
y=ax+b
a=-34.58
b=374.17
r²=.97
r=-.99
```



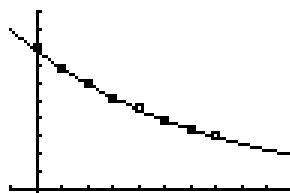
Équation du second degré:  $y = 2,89x^2 - 54,79x + 39$

```
QuadReg
y=ax²+bx+c
a=2.89
b=-54.79
c=394.38
R²=1.00
```



Équation exponentielle:  $y = 390,73(0,87)^x$

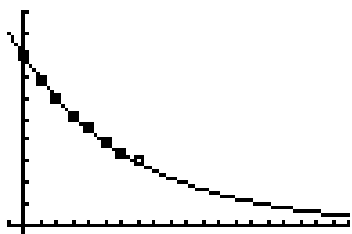
```
ExpReg
y=a*b^x
a=390.73
b=.87
r²=1.00
r=-1.00
```



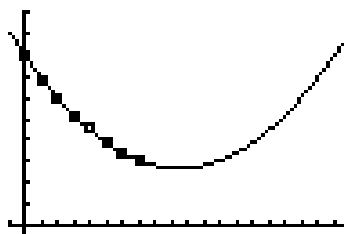
5. Quel modèle représente le mieux les données? Justifie ta réponse.

Deux modèles, celui du second degré et celui exponentiel, semblent bien représenter les données. Cependant, si l'on augmente le domaine, il devient clair que le modèle du second degré ne convient pas aux valeurs futures. Le modèle du second degré prédit que la pression augmentera encore, ce qui n'est pas vrai dans le contexte.

exponentiel (domaine de 20 jours):



du second degré (domaine de 20 jours):



### 3.1.4 Découvrir les modèles exponentiels (suite)

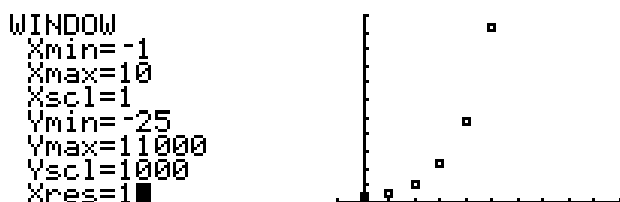
6. Utilise le meilleur modèle pour répondre aux questions ci-dessous. Montre ton travail.

- a) 10 jours?  $\approx 97,07 \text{ kPa}$     b) 50 kPa?  $\approx 14,76 \text{ jours}$     c) zéro kPa? *Jamais! Ce modèle n'atteint jamais 0 kPa (asymptote horizontale).*  
 20 jours?  $\approx 24,11 \text{ kPa}$

### Pratique autonome (SOLUTIONS)

1) Bactéries :

a) Trace le graphique à l'aide d'un outil technologique, si possible.



b) Détermine le taux de variation de la population de bactéries.

Temps, $t$ (heures)	Nombre de bactéries	Premières différences
0	250	----- --
1	525	275
2	1103	578
3	2315	1212
4	4862	2547
5	10210	5348
		----- --

*Comme les premières différences ne sont pas constantes, les données ne suivent donc pas une relation du premier degré.*

c) Détermine l'équation du modèle qui représente le mieux cette situation. Utilise soit un outil technologique soit la méthode algébrique.

```
ExpReg
y=a*b^x
a=250.03
b=2.10
r^2=1.00
r=1.00
```

$$y = 250,03(2,10)^x$$

d) À l'aide de ton équation, réponds aux questions suivantes :

- i) 12 h?  $1\ 839\ 178,2 \text{ cellules}$  2 jours?  $\approx 732\ 010\ 000\ 000\ 000\ 000\ 000 \text{ cellules}$
- ii) Quand la population atteindra-t-elle 1 million?  $\approx 11,18 \text{ heures}$
- iii) Dans la vie courante, est-ce que la population continuera à croître de cette manière? *Non! C'est limité par la grandeur de la boîte de Petri.*

### 3.1.4 Découvrir les modèles exponentiels – Pratique autonome (SOLUTIONS) (suite)

- e) Plutôt que de croître comme le montre la table de valeurs ci-dessus, les 250 cellules du départ ont augmenté à un taux constant de 250 cellules par heure. Quel type d'équation modélise ces données?

*L'équation du premier degré puisque le taux de variation est constant. (250 cellules/h).*

- f) Maintenant, suppose que le nombre de cellules demeure constant à 250 peu importe le temps écoulé. Quel type d'équation modélise ces données? Trace le graphique.

*L'équation du premier degré avec un taux de variation de 0 cellule/heure. Le graphique est une droite horizontale où toutes les valeurs de y sont 250 cellules.*

- 2) Intérêt composé :

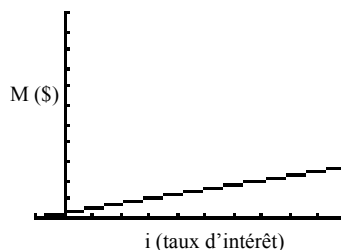
Les graphiques nécessitent un domaine plus grand pour voir les courbes!

*Scénario 1 – Un an : VF = 250 (1 + i)<sup>1</sup>*

Remplis la table de valeurs.  
Calcule les premières différences.

i	VF	Premières différences
0,02	255	-----
		5
0,04	260	5
		5
0,06	265	5
		5
0,08	270	5
		5
0,10	275	5
		5
0,12	280	-----

Trace le graphique. Identifie les axes!



Le *Scénario 1* est-il un modèle linéaire, du second degré ou exponentiel?  
Comment le sais-tu?

*Il s'agit d'un modèle linéaire. Les premières différences sont constantes, le graphique est une droite et l'équation est du premier degré.*



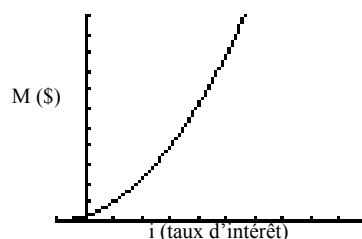
### 3.1.4 Découvrir les modèles exponentiels – Pratique autonome (SOLUTIONS) (suite)

Scénario 2 – Deux ans :  $\mathbf{VF = 250 (1 + i)^2}$

Remplis la table de valeurs.  
Calcule les premières différences.

<b>i</b>	<b>VF</b>	<b>Premières différences</b>
0,02	260,1	-----
		10,3
0,04	270,4	10,5
0,06	280,9	10,7
0,08	291,6	10,9
0,10	302,5	11,1
0,12	313,6	-----

Trace le graphique. Identifie les axes!



Le *Scénario 2* est-il un modèle linéaire, du second degré ou exponentiel?  
Comment le sais-tu?

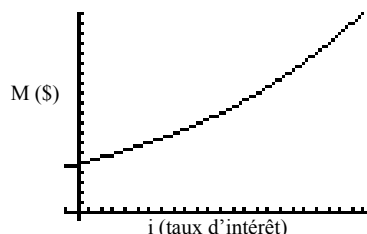
*Il s'agit d'un modèle du second degré. Les premières différences augmentent de façon constante; c'est une équation du second degré.*

Scénario 3 – Durée variable :  $\mathbf{VF = 250 (1,06)^n}$

Remplis la table de valeurs.  
Calcule les premières différences.

<b>n</b>	<b>VF</b>	<b>Premières différences</b>
0	250	-----
		15
1	265	15,9
2	280,9	16,855
3	297,755	17,865
4	315,62	18,9375
5	334,5575	-----

Trace le graphique. Identifie les axes!



Le *Scénario 3* est-il un modèle linéaire, du second degré ou exponentiel?  
Comment le sais-tu?

*Il s'agit d'un modèle exponentiel. Les premières différences ne sont pas constantes et n'augmentent pas de façon constante. L'équation est exponentielle de la forme  $y = ab^x$ .*

Quelle(s) variable(s) dans la formule  $\mathbf{VF = VA (1 + i)^n}$  doit(doivent) être constante(s) pour produire une équation du premier degré? une équation du second degré? une équation exponentielle?

*Premier degré* →  $C = 250$  (ou autre valeur constante);  $n = 1$

*Second degré* →  $C = 250$  (ou autre valeur constante);  $n = 2$

*Exponentielle* →  $C = 250$  (ou autre valeur constante);  $i = 0,06$  (ou autre valeur constante)

<b>Unité 3 : Jour 5 : Résoudre des problèmes avec des exposants</b>		
Appropriation : 15	<b>Objectifs d'apprentissage en mathématiques</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Résoudre, à l'aide des exposants rationnels, des équations de la forme <math>x^n = a</math>.</li> <li>• Déterminer de deux manières différentes, dans une formule tirée d'une application, la valeur de la variable de degré inférieur à quatre : <ul style="list-style-type: none"> <li>○ en substituant dans la formule les valeurs données;</li> <li>○ en isolant d'abord la variable, puis en substituant dans la formule les valeurs données.</li> </ul> </li> <li>• Résoudre des problèmes comportant des équations exponentielles.</li> </ul>	<b>Matériel</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• papier de bricolage, ruban (facultatif)</li> <li>• FR3.5.1</li> <li>• FR3.5.2</li> <li>• objets de manipulation</li> <li>• feuille de formule des mesures en 2-D et 3-D</li> </ul>
Exécution : 35		
Renforcement : 25		
Total = 75 min		
<b>Occasions d'évaluation</b>		
<b>Appropriation</b>	<b>En groupes de deux → Groupes de deux/Discussion/Pratique guidée</b> Écrire les questions ci-dessous au tableau. Accorder suffisamment de temps aux élèves pour qu'elles et ils puissent en discuter entre eux. Faire un résumé des réponses des élèves au tableau. <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Comment résoudre <math>x</math> si <math>x^3 = 27</math>? Donne le plus de façons possible.</li> <li>2. Résous sans calculatrice les équations suivantes : a) <math>x^3 = 64</math> b) <math>x^3 = 125</math> c) <math>x^3 = 343</math></li> <li>3. Résous, à l'aide d'une calculatrice, a) <math>x^3 = 26</math> b) <math>x^3 = 65</math> c) <math>x^3 = 100</math>. Pourquoi faut-il utiliser une calculatrice?</li> <li>4. Résous <math>4x^3 = 108</math>. Quelle étape supplémentaire doit-on effectuer?</li> <li>5. Résous les équations suivantes : a) <math>3x^3 = 192</math> b) <math>5x^3 = 1080</math></li> <li>6. Une boîte en forme de cube a un volume de <math>1\,000\text{ cm}^3</math>. Quelles sont les dimensions de cette boîte?</li> </ol> <p><b>Processus mathématique important : Sélection des outils technologiques et du matériel approprié</b> selon la méthode retenue pour résoudre les questions.</p> <p><b>Habilités/Observation :</b> Noter l'habileté à travailler en équipe.</p>	Fournir une feuille de formules à chaque station pour l'usage des élèves.  <i>La littératie en tête.</i> <i>Stratégie... :</i> Carrousel
<b>Exécution</b>	<b>En équipes de trois → Carrousel de résolution de problèmes</b> Préparer une activité carrousel comportant suffisamment de copies des problèmes (1 à 4) de la FR3.5.1 pour chaque élève à chaque station. Encourager l'utilisation des objets de manipulation pendant l'activité. Proposer aux élèves l'activité carrousel et écrire au tableau les instructions suivantes :  Formez des équipes de trois et allez à l'une des stations. Travaillez au problème assigné à cette station. Une feuille d'instructions se trouve à chaque station. Lorsque je vous le dirai, changez de station. À la TROISIÈME station, élaborer une solution écrite complète sur des grandes feuilles.  <b>Processus mathématique important : Résolution de problèmes – en développant, en sélectionnant et en appliquant une stratégie pour chaque problème.</b>	Préparer quatre stations pour l'activité carrousel.
<b>Renforcement</b>	<b>Groupe-classe → Présentation de groupe</b> Demander aux élèves de présenter leur solution complète au groupe-classe. Par la suite, toute la classe travaille au problème 5 de la FR3.5.1. <b>Attentes/Activité d'évaluation/Compte rendu oral :</b> Donner, aux groupes, un compte rendu de leur présentation et clarifier certains points, au besoin.	
<i>Exploration</i> <i>Application</i>	<b>Pratique autonome ou renforcement</b> Terminer les activités de la FR3.5.2	

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube

---

---

#### PROBLÈME 1 : Le problème de la boîte de souliers

Une boîte de souliers a un volume de  $1\,000\text{ cm}^3$ . La largeur de la boîte est le double de la hauteur et la longueur est le triple de la hauteur. Quelle est la hauteur de la boîte?

##### Étapes à suivre :

- Trace un diagramme représentant la boîte.
- Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.
- Écris les équations qui lient la longueur de la boîte à sa hauteur,  $h$ , et la largeur de la boîte à  $h$ .
- Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $h$ .
- Détermine la hauteur,  $h$  de la boîte à l'aide de l'équation obtenue en d).
- Construis la boîte avec le matériel fourni.

---

---

#### PROBLÈME 2 : Le problème de la balle de sport

Une balle de sport a un volume de  $1\,000\text{ cm}^3$ . Quel est le diamètre de la balle?

##### Étapes à suivre :

- Trace un diagramme représentant la balle.
- Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.
- Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $r$ .
- Détermine le rayon,  $r$  à l'aide de l'équation obtenue en c).
- Calcule le diamètre de la balle. Dans quel sport utilise-t-on une balle de ce format?

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube

---

---

#### PROBLÈME 3 : Le problème de la boîte de jus en conserve

Une boîte de jus en conserve a un volume de  $1\,000\text{ cm}^3$ . La hauteur de la boîte est égale au diamètre. Quel est le rayon de la boîte?

##### Étapes à suivre :

- a) Trace un diagramme représentant la boîte de jus.
  - b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.
  - c) Écris une équation qui relie la hauteur au rayon,  $r$ .
  - d) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $r$ .
  - e) Détermine le rayon,  $r$  à l'aide de l'équation obtenue en d).
  - f) Construis la boîte avec le matériel fourni. Quelle sorte de jus est vendue dans une boîte de ce format?
- 
- 

#### PROBLÈME 4 : Le problème du cornet de gaufre

Un cornet de gaufre a un volume de  $1\,000\text{ cm}^3$ . Le rayon du cône est le quart de sa hauteur. Quelle est la hauteur du cône?

##### Étapes à suivre :

- a) Trace un diagramme représentant le cornet (cône).
- b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.
- c) Écris une équation qui relie le rayon à la hauteur,  $h$ .
- d) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $h$ .
- e) Détermine la hauteur,  $h$  à l'aide de l'équation obtenue en d).
- f) Construis le cône avec le matériel fourni. Est-ce une bonne grandeur pour un cornet de gaufre?

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube

---

#### PROBLÈME 5 : Le problème de la boîte sans couvercle

*Tu peux utiliser un outil technologique pour résoudre ce problème.*

Tu dois fabriquer une boîte sans couvercle qui a un volume de  $1\,000\text{ cm}^3$  en utilisant un morceau de carton mesurant 25 cm sur 25 cm. Pour faire la boîte, coupe un carré dans chacun des coins du carton et plie les côtés. Quelles devraient être les dimensions des carrés à couper pour que la boîte ait le bon volume?

#### Étapes à suivre :

- a) Trace le diagramme de la boîte en 3 dimensions. Trace aussi son développement (en 2 dimensions) montrant les coins coupés et les lignes de pliure.
- b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.
- c) En décidant que la longueur du morceau coupé est de  $x$  cm, étiquette les dimensions sur tes deux diagrammes (en 3 et en 2 dimensions). Écris les équations qui relient la longueur et la largeur du morceau de carton et le morceau coupé,  $x$ .
- d) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $x$ .
- e) Résous cette équation pour la hauteur de la boîte, soit la variable  $x$ . Tu peux utiliser la calculatrice à affichage graphique pour résoudre cette équation.
- f) Combien de solutions as-tu trouvées? Peut-on faire une boîte avec chacune de celles-ci?
- g) Construis la boîte avec le matériel fourni.

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante)

#### Suggestion d'objets de manipulation

Pour toutes les stations – disposer dans la classe les objets suivants.

- solides géométriques
- blocs Cube-a-links
- papier, ciseaux et ruban adhésif

Objets supplémentaires qu'il serait bon d'avoir aux différentes stations :

#### Station 1 : Le problème de la boîte de souliers

- une boîte de souliers

#### Station 2 : Le problème de la balle de sport

- une balle de sport coupée en deux ou
- autres objets sphériques coupés en deux (orange?)

#### Station 3 : Le problème de la boîte de jus en conserve

- une boîte de jus en conserve de 1 L (jus de pommes)
- une boîte de jus en conserve de 255 ml peut aussi convenir
- une boîte de soupe en conserve si l'on ne peut avoir l'une des précédentes

#### Station 4 : Le problème du cornet de gaufre

- papier pour plier comme un cône
- des vrais cônes en gaufres – ensuite, ils peuvent les manger!

#### Station 5 : Le problème de la boîte sans couvercle

- une boîte-cadeau pour vêtements, qui peut être défaits.

#### Solutions suggérées pour les cinq problèmes :

---

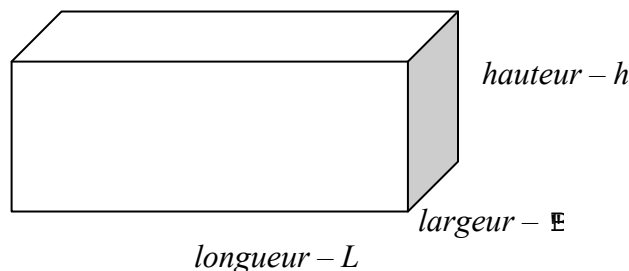
---

#### SOLUTION 1 : Le problème de la boîte de souliers

Une boîte de souliers a un volume de  $1\,000\text{ cm}^3$ . La largeur de la boîte est le double de la hauteur et la longueur est le triple de la hauteur. Quelle est la hauteur de la boîte?

#### Étapes à suivre :

- a) Trace un diagramme représentant la boîte. (*pas à l'échelle*)



- b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème

$$V = L \times E \times h$$

- c) Écris les équations qui relient la longueur de la boîte à sa hauteur,  $h$ , et la largeur de la boîte à  $h$ .

$$L = 3h \quad E = 2h$$

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

- d) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $h$ .

$$V = L \times B \times h$$

$$1000 = (3h)(2h)(h)$$

"

- e) Résous cette équation pour la hauteur,  $h$ .

$$1000 = 6h^3$$

$$\frac{1000}{6} = h^3$$

$$\left(\frac{1000}{6}\right)^{\left(\frac{1}{3}\right)} = h$$

$$\left(\frac{1000}{6}\right)^{\left(\frac{1}{3}\right)} = 5.503212081$$

$$\therefore h \approx 5,50 \text{ cm}$$

- f) Construis la boîte avec le matériel fourni.

*C'est une boîte pour des petits souliers, peut-être pour des souliers de bébé.*

---

---

#### SOLUTION 2 : Le problème de la balle de sport

Une balle de sport a un volume de  $1\,000 \text{ cm}^3$ . Quel est le diamètre de la balle?

##### Étapes à suivre :

- a) Trace un diagramme représentant la balle.



- b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.

$$V = \frac{4}{3}(\pi)(r)^3$$

- c) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $r$ .

$$1000 = \frac{4}{3}(\pi)(r)^3$$

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

d) Résous cette équation pour le rayon,  $r$ .

$$\begin{aligned}1000 &= \frac{4\pi}{3}(r)^3 \\ \frac{3}{4\pi}(1000) &= r^3 && (3000 / (4\pi))^{\frac{1}{3}} \\ \frac{3000}{4\pi} &= r^3 && 6.203504909 \\ \left(\frac{3000}{4\pi}\right)^{\frac{1}{3}} &= r \\ \therefore r &\approx 6,2\text{cm}\end{aligned}$$

e) Calcule le diamètre de la balle. Dans quel sport utilise-t-on une balle de ce format?

*Le diamètre de la balle est de 24 cm, soit un peu plus grosse qu'une balle molle.*

---

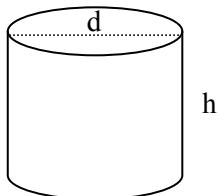
---

#### SOLUTION 3 : Le problème de la boîte de jus en conserve

Une boîte de jus en conserve a un volume de  $1\,000\text{ cm}^3$ . La hauteur de la boîte est égale au diamètre. Quel est le rayon de la boîte?

**Étapes à suivre :**

a) Trace un diagramme représentant la boîte de jus.



b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.

$$V = (\pi)r^2h$$

c) Écris une équation qui relie la hauteur au rayon,  $r$ .

$$h = d = 2r$$



### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

- d) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $r$ .

$$1000 = (\pi)r^2(2r)$$

- e) Résous cette équation pour le rayon,  $r$ .

$$1000 = (\pi)r^2(2r)$$

$$1000 = (\pi)(2)(r^3)$$

$$\frac{1000}{2\pi} = r^3 \qquad \left(\frac{1000}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\left(\frac{1000}{2\pi}\right)^{\frac{1}{3}} = r \qquad 5.419260701$$

$$\therefore r \approx 5,42 \text{ cm}$$

- f) Construis la boîte avec le matériel fourni. Quelle sorte de jus est vendue dans une boîte de ce format?

*La hauteur de la boîte est de 10,84 cm. Les tomates étuvées et la sauce chili sont vendues dans des boîtes de conserve de cette dimension.*

---

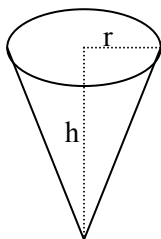
---

#### SOLUTION 4 : Le problème du cornet de gaufre

Un cornet de gaufre a un volume de  $1\,000 \text{ cm}^3$ . Le rayon du cône est le quart de sa hauteur. Quelle est la hauteur du cône?

##### Étapes à suivre :

- a) Trace un diagramme représentant le cornet (cône). (*pas à l'échelle*)



- b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$$

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

c) Écris une équation qui relie le rayon à la hauteur,  $h$ .

$$r = \frac{h}{4}$$

d) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $h$ .

$$1000 = \frac{1}{3}\pi\left(\frac{h}{4}\right)^2 h$$

e) Résous cette équation pour la hauteur,  $h$ .

$$1000 = \frac{\pi h^3}{48}$$

$$\pi h^3 = 48000$$

$$h^3 = \frac{48000}{\pi}$$

$$h = \left(\frac{48000}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$\left(\frac{48000}{\pi}\right)^{\frac{1}{3}}$$

$$24.81401964$$

$$\therefore h \approx 24,8 \text{ cm}$$

f) Construis le cône avec le matériel fourni. Est-ce une bonne grandeur pour un cornet en gaufre?

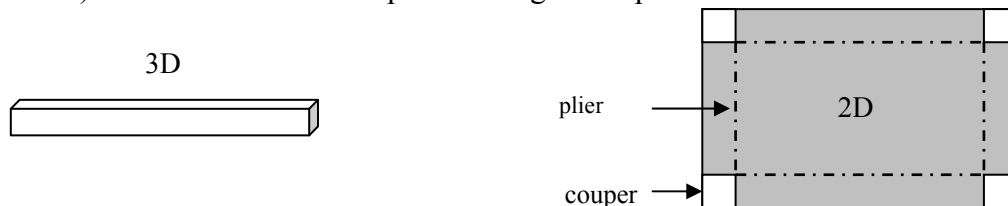
*C'est un assez gros cône, mais c'est possible!*

#### PROBLÈME 5 : Le problème de la boîte sans couvercle

Tu dois fabriquer une boîte sans couvercle qui a un volume de  $1\,000 \text{ cm}^3$  en utilisant un morceau de carton mesurant  $25 \text{ cm}$  sur  $25 \text{ cm}$ . Pour faire la boîte, coupe un carré dans chacun des coins du carton et plie les côtés. Quelles devraient être les dimensions des carrés que l'on doit couper pour que la boîte ait le bon volume?

##### Étapes à suivre :

a) Trace le diagramme de la boîte en 3 dimensions. Trace aussi son développement (en 2 dimensions) montrant les coins coupés et les lignes de pliure



b) Choisis la formule appropriée pour résoudre ce problème.

$$V = L \times E \times h$$

### 3.5.1 Les problèmes de 10 au cube (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

- c) En décidant que la longueur du morceau coupé est de  $x$  cm, étiquette les dimensions sur tes deux diagrammes (en 3 et en 2 dimensions). Écris les équations qui lient la longueur et la largeur du morceau de carton et le morceau coupé,  $x$ .

$$l = 25 - 2x \quad w = 25 - 2x$$

- d) Substitue toutes les valeurs et les expressions dans la formule du volume. Tu as maintenant une équation avec une seule variable,  $x$ .

$$1000 = x(25 - 2x)(25 - 2x)$$

- e) Résous cette équation pour la hauteur de la boîte, soit la variable  $x$ . Tu peux utiliser la calculatrice à affichage graphique pour résoudre cette équation.

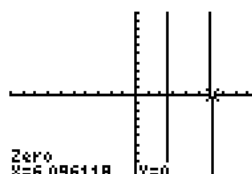
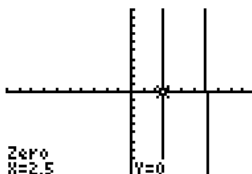
$$0 = x(25 - 2x)(25 - 2x) - 1000$$

Utilise la calculatrice à affichage graphique pour tracer la fonction et résoudre pour  $x$  (trouver les zéros ou utiliser Trace).

```

Plot1 Plot2 Plot3
Y1=X(25-2X)(25-
2X)-10000
Y2=
Y3=
Y4=
Y5=
Y6=

```



Donc  $x = 2,5$  cm ou  $x \approx 6,1$  cm

- f) Combien de solutions as-tu trouvées? Peut-on faire une boîte avec chacune de celles-ci?

*Les deux solutions sont les suivantes : hauteur de 2,5 cm, largeur et longueur de 20 cm et hauteur de 6,1 cm, largeur et longueur de 12,8 cm. La première constitue un plateau, alors que la deuxième ferait plutôt une boîte!*

- g) Construis la boîte avec le matériel fourni.

### 3.5.2 Résoudre des problèmes avec des exposants : Pratique autonome

Ces problèmes ont pour but de consolider et de renforcer ce que l'on a vu aujourd'hui.

Élabore des solutions complètes dans ton cahier.

- 1) La somme de 1 500 \$ est investie pendant 2 ans dans un compte à intérêt composé annuellement. Quel doit être le taux d'intérêt pour obtenir 1 800 \$ au bout de 2 ans?
- 2) La somme de 25 000 \$ est investie pendant 3 ans dans un compte à intérêt composé annuellement. Quel doit être le taux d'intérêt pour obtenir 29 000 \$ au bout de 3 ans?
- 3) La consommation d'essence d'une petite auto d'une marque donnée est liée à la vitesse de l'auto selon l'équation :  $C = 6,0 + 0,001(v - 90)^3$  où  $C$  est la consommation d'essence en L/100 km et  $v$  est la vitesse moyenne en km/h. La formule n'est valide que si la vitesse est supérieure à 90 km/h. Si l'auto consomme 7,2 L/100 km, quelle est sa vitesse moyenne?
- 4) Une bonbonne de propane est formée de deux hémisphères attachés aux extrémités d'un cylindre. La longueur de la partie cylindrique est égale au diamètre des hémisphères. Si la bonbonne peut contenir 10 000 m<sup>3</sup> de propane, quel est son diamètre?

#### Réponses :

- 1)  $i \approx 0,095$  ou 9,5 %
- 2)  $i \approx 0,0507$  ou 5,1 %
- 3)  $v \approx 100,6$  km/h
- 4)  $d \approx 19,7$  m

<b>Unité 3 : Jour 7 : Épargner de l'argent</b>		
Appropriation : 15	<b>Objectifs d'apprentissage en mathématiques</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>Recueillir et interpréter des investissements comprenant des annuités.</li> <li>Recueillir et interpréter des investissements comprenant des prêts hypothécaires.</li> </ul>	<b>Matériel</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>FR3.7.1</li> <li>FR3.7.2</li> <li>FR3.7.3</li> <li>accès aux ordinateurs avec Internet</li> </ul>
Exécution : 50		
Renforcement : 10		
Total = 75 min		
<b>Occasions d'évaluation</b>		
<b>Appropriation</b>	<b>Petits groupes → Graffiti</b> Préparer des grandes feuilles ayant comme titre les différents stades de la vie (petite enfance, enfance, adolescence, âge adulte, préretraite, retraite, âge d'or). Chaque groupe a un marqueur de couleur différente et fait le tour des stations des stades de la vie. À chaque station, le groupe examine les objectifs financiers et les besoins à ce stade de la vie, il fait un remuement sur les raisons d'épargner à ce stade et consigne l'information sur une grande feuille. Les groupes vont à la station suivante chaque minute ou aux deux minutes. À la dernière station, le groupe résume les informations consignées sur la grande feuille. <b>Groupe-classe → Discussion</b> Chaque groupe présente les informations de la station où il se trouve et le groupe-classe discute brièvement des nombreuses raisons d'épargner.	Préparer assez de grandes feuilles de sorte que chaque groupe ait 4 ou 5 élèves.  Les élèves doivent avoir accès aux ordinateurs. Les sites Web sont indiqués sur la FR3.7.2.
<b>Exécution</b>	<b>Groupe-classe → Discussion</b> Ressortir les caractéristiques d'une annuité comme moyen d'épargner de l'argent. Ces caractéristiques comprennent : les paiements réguliers, l'intérêt composé et la durée fixe. Le remboursement d'un prêt est aussi un exemple d'annuité. <b>Individuellement → Résumé</b> Demander aux élèves de terminer la FR3.7.1 pour résumer ce qu'elles et ils ont compris des annuités. <b>Groupes de deux → Recherche dans Internet</b> Les élèves terminent en groupes de deux les activités de la FR3.7.2 et se préparent à une discussion en classe à la fin de l'activité. Les élèves terminent en groupes de deux les activités de la FR3.7.3 pour explorer quelques caractéristiques des prêts hypothécaires. <b>Habilités d'apprentissage/Observation/Rétroaction anecdotique :</b> Circuler et fournir aux élèves une rétroaction sur leur travail. <b>Processus mathématique important : Raisonnement</b> – Les élèves réfléchiront à ce qu'ils comprennent des annuités et des prêts hypothécaires.	
<b>Renforcement</b>	<b>Groupe-classe → Discussion</b> Discuter des avantages et des inconvénients des plans d'épargne enregistrés (REER, REEE) et des plans non enregistrés (bons d'épargne, compte de banque, etc.).	
<i>Exploration</i>	<b>Pratique autonome ou renforcement</b> Explorer et décrire les autres types de plans d'épargne, y compris les bons du Canada, les plans d'épargne automatiques (aux banques), les FEER et les CPG.	

### 3.7.1 Annuités

Dans tes mots, résume les caractéristiques d'une annuité.

Indique, en plaçant un crochet dans la colonne appropriée, si le type de placement décrit est un exemple d'annuité ou non.

Description	Est-ce une annuité?		Pourquoi?
	Oui	Non	
Chaque année, pour son anniversaire, les grands-parents de Philippe déposent 100 \$ dans son REEE.			
Le père de Michelle paie 450 \$ en pension alimentaire que la mère de Michelle utilise pour faire l'épicerie et acheter des vêtements.			
Yannick a emprunté 75 \$ à un ami et le paiera avec intérêt à la fin du mois.			
Marcel a établi un REER avec un dépôt initial de 1 200 \$ lorsqu'il a commencé à travailler. Chaque année, en janvier, il dépose ce qu'il peut dans son REER.			
Yeji dépose 125 \$ chaque mois dans son compte d'épargne à la banque.			
Tran a emprunté de l'argent de la banque et paiera 257,37 \$ chaque mois au cours des trois prochaines années.			

### 3.7.2 REEE et REER

Bien qu'il y ait plusieurs façons d'épargner de l'argent, deux plans sont très populaires au Canada. Ce sont le REEE et le REER. Ces deux plans peuvent être établis comme un paiement unique qui croît avec le temps ou comme une annuité. Explore quelques caractéristiques de chacun de ces plans et remplis le tableau ci-dessous. Les sites Web peuvent être utiles, mais tu peux aussi trouver des renseignements ailleurs.

<b>REEE</b>		
<a href="http://www.cra-arc.gc.ca">http://www.cra-arc.gc.ca</a>		
Qu'est-ce que c'est?		
Indique certains avantages d'un REEE	Indique les règles d'un REEE	Qui peut être intéressé par un tel plan?
<b>REER</b>		
<a href="http://www.cra-arc.gc.ca">http://www.cra-arc.gc.ca</a>		
Qu'est-ce que c'est?		
Indique certains avantages d'un REER	Indique les règles d'un REER	Qui peut être intéressé par un tel plan?

### 3.7.3 Prêts hypothécaires

Accède au site Web d'une banque, trouve de l'information sur les prêts hypothécaires et réponds aux questions suivantes.

1. Qu'est-ce qu'un prêt hypothécaire ordinaire?
2. Comment un prêt hypothécaire ordinaire diffère-t-il d'un prêt hypothécaire à quotité de financement majorée ou à faible mise de fonds?
3. Pourquoi un acheteur de première maison choisirait-il un prêt hypothécaire à quotité de financement majorée?
4. Comment la banque se protège-t-elle lorsque le client ouvre un prêt hypothécaire à quotité de financement majorée?
5. Quelle est la différence entre un prêt hypothécaire ouvert et un prêt hypothécaire fermé?
6. Quels sont les avantages et les inconvénients de prêts hypothécaires ouvert et fermé?
7. Au moment de l'achat d'une maison, on doit généralement obtenir un prêt hypothécaire. On doit aussi commencer à payer ce prêt selon l'entente conclue. Décris les options de paiements et les avantages de chaque option.



### 3.7.3 Prêts hypothécaires (suite)

8. Quelle est la différence entre le *terme* et la *période d'amortissement* d'un prêt hypothécaire?
  
9. Suggère des raisons de choisir un prêt hypothécaire à court terme et des raisons de choisir un prêt hypothécaire à long terme.
  
10. Certains propriétaires de maison choisissent un taux d'intérêt fixe, alors que d'autres choisissent un taux variable. Explique brièvement la différence entre les deux et suggère des raisons de choisir l'un plutôt que l'autre.

Explore les taux d'intérêt actuels que chargent différentes banques.

11. Les banques ont-elles des taux d'intérêt semblables ou différents?
  
12. Pourquoi penses-tu que c'est ainsi?
  
13. Quel est l'intervalle des taux actuels des prêts hypothécaires?
  
14. Pourquoi un prêt hypothécaire est-il considéré comme une annuité?

<b>Unité 3 : Tâche sommative : Comprendre les annuités</b>		
Appropriation : 2	<b>Objectifs d'apprentissage en mathématiques</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Examiner les effets de la variation des conditions sur les annuités.</li> <li>• Montrer une compréhension des prêts hypothécaires et des tables d'amortissement.</li> </ul>	<b>Matériel</b> <ul style="list-style-type: none"> <li>• calculatrices graphiques</li> <li>• FR3.S.1, FR3.S.2</li> </ul>
Exécution : 70		
Renforcement : 3		
Total = 75 min		
<b>Occasions d'évaluation</b>		
<b>Appropriation</b>	<b>Groupe-classe → Discussion</b> Mener une discussion sur les décisions importantes qui portent sur les annuités et sur l'importance de bien comprendre ces concepts.	
<b>Exécution</b>	<b>Individuellement → Faire l'étude de cas sur les annuités</b> Distribuer la FR3.S.1 aux élèves et les aviser qu'il s'agit d'une tâche sommative. Elles et ils utiliseront les calculatrices à affichage graphique pour répondre aux questions et interpréteront les résultats. Distribuer les calculatrices aux élèves et leur rappeler de copier l'écran du solveur TVM pour chaque question.  <b>Processus mathématique important : Réflexion</b> – Les élèves réalisent la portée de leurs réponses sur la prise de bonnes décisions.	
<b>Renforcement</b>	<b>Groupe-classe → Directives de l'enseignant ou de l'enseignante</b> Le rapport sera ramassé et évalué selon la grille d'évaluation adaptée fournie.  <b>Attentes/Tâche sommative/Rubrique</b> : Évaluer le travail selon la grille d'évaluation adaptée fournie.	
<i>Application</i>	<b>Pratique autonome ou renforcement en classe</b> Nous commencerons l'Unité 4 qui porte sur les finances personnelles au prochain cours. Votre devoir sera de penser à ce que vous voulez faire plus tard, où vous voulez vivre et comment vous parviendrez à atteindre vos objectifs.	

### 3.S.1 Comprendre les annuités

Des solutions complètes sont requises pour chaque question, y compris une liste des valeurs sur le solveur TVM.

#### ÉTUDE DE CAS

Akash est diplômé depuis peu du collège communautaire. Il vient de commencer sa carrière et s'est donné plusieurs objectifs financiers. Acheter une auto et une maison sont deux de ces plus grands objectifs financiers. Il voudrait s'acheter une auto d'occasion dans deux ans et commence à faire des recherches pour se trouver une maison.

#### Partie 1 : Épargner pour acheter une auto dans 2 ans → Effets des variations du plan d'épargne

Akash épargne de l'argent pour s'acheter une auto dans deux ans. Il déposera le même montant chaque mois pendant deux ans. Il utilisera ensuite ce montant pour s'acheter une auto. Aide Akash en répondant aux questions suivantes.

1. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter dans 2 ans s'il dépose 300 \$ chaque mois à 4,3 % composé mensuellement?  
N=  
I%=  
PV=  
PMT=  
FV=  
P/Y=  
C/Y=  
PMT : **END** BEGIN
2. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter s'il dépose plutôt 350 \$ au même taux d'intérêt?  
N=  
I%=  
PV=  
PMT=  
FV=  
P/Y=  
C/Y=  
PMT : **END** BEGIN
3. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter dans 2 ans si le dépôt demeure 300 \$ par mois mais à 5 % composé mensuellement?  
N=  
I%=  
PV=  
PMT=  
FV=  
P/Y=  
C/Y=  
PMT : **END** BEGIN
4. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter s'il attend un an et dépose 400 \$ par mois à 4,3 % composé mensuellement? (une seule année de dépôt)  
N=  
I%=  
PV=  
PMT=  
FV=  
P/Y=  
C/Y=  
PMT : **END** BEGIN
5. À l'aide des résultats ci-dessus, décris **le modèle selon lequel** Akash épargnera le plus d'argent pour son auto.

### 3.S.1 Comprendre les annuités (suite)

#### Partie 2 : Acheter une auto maintenant → Valeur actuelle ou plan de crédit?

Un vendeur d'autos d'occasion a une auto qui conviendrait à Akash. Le vendeur lui propose des paiements de 300 \$ par mois pendant 2 ans. Le plan de crédit inclut un intérêt de 9 % composé mensuellement.

1. Combien Akash paiera-t-il au total s'il décide de prendre le plan de crédit à 300 \$ par mois pendant 2 ans?

2. Combien paiera-t-il pour l'auto s'il payait la *valeur présente* aujourd'hui? Rappelle-toi que la valeur présente est le montant *sans intérêt*.

N=

I%=

PV=

PMT=

FV=

P/Y=

C/Y=

PMT : END BEGIN

3. Combien paiera-t-il en moins s'il paie la valeur présente aujourd'hui plutôt que d'accepter le plan de crédit?

4. Pourquoi Akash pourrait-il préférer le plan de crédit, même si cela lui coûte plus cher? Justifie à l'aide des calculs ci-dessus.

5. Pourquoi serait-il préférable qu' Akash épargne régulièrement pendant 4 ans pour acheter son auto plutôt que de l'acheter maintenant? Justifie à l'aide des calculs ci-dessus.

### 3.S.1 Comprendre les annuités (suite)

#### Partie 3 : Acheter une maison → Changer la période du prêt

Akash effectue des recherches pour s'acheter une maison. Le coût d'une maison à deux petites chambres, s'élève à 175 000 \$. Sa banque lui propose un prêt hypothécaire à 6,5 % composé mensuellement où il peut donner un acompte de 5 %.

- De quel montant a-t-il besoin pour l'acompte? Quel sera le prêt hypothécaire après ce paiement?
- Quels seront les paiements mensuels s'il amortit le prêt hypothécaire sur
  - 25 ans  
N=  
I%=  
PV=  
PMT=  
FV=  
P/Y=  
C/Y=  
PMT : **END** BEGIN
  - 20 ans  
N=  
I%=  
PV=  
PMT=  
FV=  
P/Y=  
C/Y=  
PMT : **END** BEGIN
- Combien paiera-t-il, au total, pour la maison dans chaque scénario (y compris les intérêts)?
  - 25 ans
  - 20 ans
- Quel est le montant total d'intérêts pour chaque scénario?
  - 25 ans
  - 20 ans
- Pourquoi Akash choisirait-il d'amortir le prêt hypothécaire sur 25 ans, même si cela signifie qu'il paiera plus d'intérêts?

### 3.S.1 Comprendre les annuités (suite)

#### Partie 4 : Lecture d'une table d'amortissement

La banque d' Akash lui a fourni une table d'amortissement pour la première année du prêt hypothécaire qui l'intéresse.

Mois	Capital	Intérêt	Paiement	Capital payé	Nouveau capital
1	166 250,00	888,56	1 122,53	233,97	166 016,03
2	166 016,03	887,31	1 122,53	235,22	165 780,82
3	165 780,82	886,06	1 122,53	236,47	165 544,34
4	165 544,34	884,79	1 122,53	237,74	165 306,60
5	165 306,60	883,52	1 122,53	239,01	165 067,59
6	165 067,59	882,24	1 122,53	240,29	164 827,31
7	164 827,31	880,96	1 122,53	241,57	164 585,74
8	164 585,74	879,67	1 122,53	242,86	164 342,87
9	164 342,87	878,37	1 122,53	244,16	164 098,71
10	164 098,71	877,06	1 122,53	245,47	163 853,25
11	163 853,25	875,75	1 122,53	246,78	163 606,47
12	163 606,47	874,43	1 122,53	248,10	163 358,38

À l'aide de la table d'amortissement ci-dessus, réponds aux questions suivantes.

1. Quel est le **montant total** payé durant la première année?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
2. Quel est le **capital total** payé durant la première année?
  
  
  
  
  
  
  
  
  
  
3. Quel est le **total des intérêts** payés durant la première année?

### 3.S.1 Comprendre les annuités (suite)

La banque d' Akash lui a aussi fourni une table d'amortissement pour la onzième année du prêt hypothécaire.

Mois	Capital	Intérêt	Paiement	Capital payé	Nouveau capital
121	127 034,53	678,97	1 122,53	443,56	126 590,97
122	126 590,97	676,60	1 122,53	445,93	126 145,04
123	126 145,04	674,21	1 122,53	448,32	125 696,72
124	125 696,72	671,82	1 122,53	450,71	125 246,00
125	125 246,00	669,41	1 122,53	453,12	124 792,88
126	124 792,88	666,99	1 122,53	455,54	124 337,34
127	124 337,34	664,55	1 122,53	457,98	123 879,36
128	123 879,36	662,10	1 122,53	460,43	123 418,93
129	123 418,93	659,64	1 122,53	462,89	122 956,04
130	122 956,04	657,17	1 122,53	465,36	122 490,68
131	122 490,68	654,68	1 122,53	467,85	122 022,83
132	122 022,83	652,18	1 122,53	470,35	121 552,48

À l'aide de la table d'amortissement ci-dessus, réponds aux questions suivantes.

4. Quel est le **montant total** payé durant la onzième année?
5. Quel est le **capital total** payé durant la onzième année?
6. Quel est le **total des intérêts** payés durant la onzième année?
7. Quoique le montant total payé durant la première année et celui durant la onzième année soient les mêmes, les intérêts payés et le capital payé ne sont pas les mêmes. Quelle est la différence? Explique la raison pour laquelle cela survient.
8. Qu'en est-il des intérêts payés et du capital payé durant la dernière année du prêt hypothécaire?

### 3.S.1 Comprendre les annuités (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante)

#### ÉTUDE DE CAS

Akash est diplômé depuis peu du collège communautaire. Il vient de commencer sa carrière et s'est donné plusieurs objectifs financiers. Acheter une auto et une maison sont deux de ces plus grands objectifs financiers. Il voudrait s'acheter une auto d'occasion dans deux ans et commence à faire des recherches pour se trouver une maison.

#### Partie 1 : Épargner pour acheter une auto dans 2 ans → Effets des variations du plan d'épargne

Akash épargne de l'argent pour s'acheter une auto dans deux ans. Il déposera le même montant chaque mois pendant deux ans. Il utilisera ensuite ce montant pour s'acheter une auto. Aide Akash en répondant aux questions suivantes.

1. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter dans 2 ans s'il dépose 300 \$ chaque mois à 4,3 % composé mensuellement?

N 24  
I% 4.3  
PV 0  
PMT -300  
FV **7504.65**  
P/Y 12  
C/Y 12  
PMT: END BEGIN

2. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter s'il dépose plutôt 350 \$ au même taux d'intérêt?

N 24  
I% 4.3  
PV 0  
PMT -350  
FV **8755.42**  
P/Y 12  
C/Y 12  
PMT: END BEGIN

3. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter dans 2 ans si le dépôt demeure 300 \$ par mois mais à 5 % composé mensuellement?

N 24  
I% 5  
PV 0  
PMT -300  
FV **7555.78**  
P/Y 12  
C/Y 12  
PMT: END BEGIN



### 3.S.1 Comprendre les annuités (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

4. Quel est le prix de l'auto qu'il pourra s'acheter s'il attend un an et dépose 400 \$ par mois à 4,3 % composé mensuellement? (une seule année de dépôt)

N \_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_  
 I% \_\_\_\_\_ 4.3 \_\_\_\_\_  
 PV \_\_\_\_\_ 0 \_\_\_\_\_  
 PMT \_\_\_\_\_ -400 \_\_\_\_\_  
 FV \_\_\_\_\_ **4895.74** \_\_\_\_\_  
 P/Y \_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_  
 C/Y \_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_  
 PMT: END BEGIN

5. À l'aide des résultats ci-dessus, décris **le modèle selon lequel** Akash épargnera le plus d'argent pour son auto.

**Les réponses varient.**

#### Partie 2 : Acheter une auto maintenant → Valeur actuelle ou plan de crédit?

Un vendeur d'autos d'occasion a une auto qui conviendrait à Akash. Le vendeur lui propose des paiements de 300 \$ par mois pendant 2 ans. Le plan de crédit inclut un intérêt de 9 % composé mensuellement.

1. Combien Akash paiera-t-il au total s'il décide de prendre le plan de crédit à 300 \$ par mois pendant 2 ans?

$$300 \times 24 = 7\,200 \$$$

2. Combien paiera-t-il pour l'auto s'il payait la *valeur présente* aujourd'hui? Rappelle-toi que la valeur présente est le montant *sans intérêt*.

N \_\_\_\_\_ 24 \_\_\_\_\_  
 I% \_\_\_\_\_ 9 \_\_\_\_\_  
 PV \_\_\_\_\_ **6566.74** \_\_\_\_\_  
 PMT \_\_\_\_\_ -300 \_\_\_\_\_  
 FV \_\_\_\_\_ 0 \_\_\_\_\_  
 P/Y \_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_  
 C/Y \_\_\_\_\_ 12 \_\_\_\_\_  
 PMT: END BEGIN

3. Combien paiera-t-il en moins s'il paie la valeur présente aujourd'hui plutôt que d'accepter le plan de crédit?

$$7200 - 6566,74 = 633,26 \$$$

### 3.S.1 Comprendre les annuités (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

4. Pourquoi Akash pourrait-il préférer le plan de crédit, même si cela lui coûte plus cher? Justifie à l'aide des calculs ci-dessus.

**Les réponses varient.**

5. Pourquoi serait-il préférable qu'Akash épargne régulièrement pendant 4 ans pour acheter son auto plutôt que de l'acheter maintenant? Justifie à l'aide des calculs ci-dessus.

**Il pourra s'acheter une meilleure auto sans paiements ni intérêts à payer.**

#### Partie 3 : Acheter une maison → Changer la période du prêt

Akash effectue des recherches pour s'acheter une maison. Le coût d'une maison à deux petites chambres, s'élève à 175 000 \$. Sa banque lui propose un prêt hypothécaire à 6,5 % composé mensuellement où il peut donner un acompte de 5 %.

1. De quel montant a-t-il besoin pour l'acompte? Quel sera le prêt hypothécaire après ce paiement?

**$175\,000 \times 0,05 = 8\,750$  \$ pour l'acompte et  $175\,000 \times 0,95 = 166\,250$  \$ pour le prêt hypothécaire**

2. Quels seront les paiements mensuels s'il amortit le prêt hypothécaire sur

a. 25 ans

N= 300  
I%= 6.5  
PV= 166250  
PMT= -1122.53  
FV= 0  
P/Y= 12  
C/Y= 12  
PMT : **END** BEGIN

b. 20 ans

N= 240  
I%= 6.5  
PV= 166250  
PMT= -1239.52  
FV= 0  
P/Y= 12  
C/Y= 12  
PMT : **END** BEGIN

3. Combien paiera-t-il, au total, pour la maison pour chaque scénario (y compris les intérêts)?

a. 25 ans

$$25 \times 12 \times 1\,122,53 = 336\,759 \text{ \$}$$

b. 20 ans

$$20 \times 12 \times 1\,239,52 = 297\,484,80 \text{ \$}$$

4. Quel est le montant total d'intérêts pour chaque scénario?

a. 25 ans

$$336\,759 - 166\,250 = 170\,509 \text{ \$}$$

b. 20 ans

$$297\,484,80 - 166\,250 = 131\,234,80 \text{ \$}$$

### 3.S.1 Comprendre les annuités (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

Pourquoi Akash choisirait-il d'amortir le prêt hypothécaire sur 25 ans, même si cela signifie qu'il paiera plus d'intérêts?

**Les paiements mensuels sont moindres.**

#### Partie 4 : Lecture d'une table d'amortissement

La banque d'Akash lui a fourni une table d'amortissement pour la première année du prêt hypothécaire qui l'intéresse.

Mois	Capital	Intérêt	Paiement	Capital payé	Nouveau capital
1	166 250,00	888,56	1 122,53	233,97	166 016,03
2	166 016,03	887,31	1 122,53	235,22	165 780,82
3	165 780,82	886,06	1 122,53	236,47	165 544,34
4	165 544,34	884,79	1 122,53	237,74	165 306,60
5	165 306,60	883,52	1 122,53	239,01	165 067,59
6	165 067,59	882,24	1 122,53	240,29	164 827,31
7	164 827,31	880,96	1 122,53	241,57	164 585,74
8	164 585,74	879,67	1 122,53	242,86	164 342,87
9	164 342,87	878,37	1 122,53	244,16	164 098,71
10	164 098,71	877,06	1 122,53	245,47	163 853,25
11	163 853,25	875,75	1 122,53	246,78	163 606,47
12	163 606,47	874,43	1 122,53	248,10	163 358,38

À l'aide de la table d'amortissement ci-dessus, réponds aux questions suivantes.

1. Quel est montant **total** payé durant la première année?

$$1\ 122,53 \times 12 = 13\ 470,36 \$$$

2. Quel est le **capital total** payé durant la première année?

$$\text{Capital total payé} = 166\ 250 - 163\ 358,38$$

$$\text{Capital total payé} = 2\ 891,62 \$$$

3. Quel est le **total des intérêts** payés durant la première année?

$$\text{Total des intérêts} = 13\ 470,36 - 2\ 891,62$$

$$\text{Total des intérêts} = 10\ 578,74 \$$$

### 3.S.1 Comprendre les annuités (Notes de l'enseignant ou de l'enseignante) (suite)

La banque d' Akash lui a fourni une table d'amortissement pour la onzième année du prêt hypothécaire qui l'intéresse.

Mois	Capital	Intérêt	Paiement	Capital payé	Nouveau capital
121	127 034,53	678,97	1 122,53	443,56	126 590,97
122	126 590,97	676,60	1 122,53	445,93	126 145,04
123	126 145,04	674,21	1 122,53	448,32	125 696,72
124	125 696,72	671,82	1 122,53	450,71	125 246,00
125	125 246,00	669,41	1 122,53	453,12	124 792,88
126	124 792,88	666,99	1 122,53	455,54	124 337,34
127	124 337,34	664,55	1 122,53	457,98	123 879,36
128	123 879,36	662,10	1 122,53	460,43	123 418,93
129	123 418,93	659,64	1 122,53	462,89	122 956,04
130	122 956,04	657,17	1 122,53	465,36	122 490,68
131	122 490,68	654,68	1 122,53	467,85	122 022,83
132	122 022,83	652,18	1 122,53	470,35	121 552,48

À l'aide de la table d'amortissement ci-dessus, réponds aux questions suivantes.

4. Quel est **montant** total payé durant la onzième année?

**13 470,36 \$**

5. Quel est le **capital total** payé durant la onzième année?

**Capital total payé = 127 034,53 – 121 552,48**

**Capital total payé = 5 482,05 \$**

6. Quel est le **total des intérêts** payés durant la onzième année?

**Total des intérêts = 13 470,36 – 5 482,05**

**Total des intérêts = 7 988,31 \$**

7. Quoique le montant total payé durant la première année et celui durant la onzième année soient les mêmes, les intérêts payés et le capital payé ne sont pas les mêmes. Quelle est la différence? Explique pourquoi cela survient.

**Plus d'intérêts sont payés durant la première année. Donc, plus on avance dans le temps, plus les paiements servent à payer le capital.**

8. Qu'en est-il des intérêts payés et du capital payé durant la dernière année du prêt hypothécaire?

**La plupart des paiements mensuels serviront à payer le capital, puisque les intérêts seront de plus en plus bas.**

### 3.S.2 Comprendre les annuités – Grille d'évaluation adaptée

		Niveau 1	Niveau 2	Niveau 3	Niveau 4
<b>Communication</b>	<b>Usage correct des symboles mathématiques, des étiquettes, des unités et des conventions (y compris l'étiquetage des graphiques).</b>	Utilise les symboles mathématiques, les étiquettes et les conventions avec une efficacité limitée.	Utilise les symboles mathématiques, les étiquettes et les conventions avec une certaine efficacité.	Utilise les symboles mathématiques, les étiquettes et les conventions avec efficacité.	Utilise les symboles mathématiques, les étiquettes et les conventions avec beaucoup d'efficacité.
	<b>Usage approprié du vocabulaire mathématique.</b>	Utilise le vocabulaire mathématique avec une efficacité limitée.	Utilise le vocabulaire mathématique avec une certaine efficacité.	Utilise le vocabulaire mathématique avec efficacité.	Utilise le vocabulaire mathématique avec beaucoup d'efficacité.
	<b>Degré de clarté dans les explications et les justifications.</b>	Explique et présente ses explications et ses justifications avec une efficacité limitée.	Explique et présente ses explications et ses justifications avec une certaine efficacité.	Explique et présente ses explications et ses justifications avec efficacité.	Explique et présente ses explications et ses justifications avec beaucoup d'efficacité.